II-55　計画降雨に関する基礎的研究

九州大学工学部　正員　篠原 謹爾
久保田鉄工　迫田 末寛
九州大学工学部　学正員　○山根 昭

1，まえがき

本報告は、流域内の多くの雨量観測所における沢山な豪雨時のハイエトグラフの資料を用いて，治水計画に対して適切な流域の面積雨量のハイエトグラフを推定しようとする問題に対して、一因子情報路理論を応用した一つの試案を述べたものである。

2，降雨の時間配分のランダム性（最大エントロピーの仮定）

降雨の時間配分（雨の降り方）はランダムであると仮定する．ランダムであるということはどの因子も等確率で起こるということであり，これを情報論的にいうと，エントロピーを最大にするように事象が起こるということになる。さらに，エントロピーを最大にするように各因子の確率をとると、因子の分布は指数分布であることが知られている。時間雨量の頻度分布は指数分布であるということも経験的事実であり，このことより降雨の時間配分について最大エントロピーの仮定がなり立つとした。

3、一因子情報路容量理論

情報伝達媒介体を情報路と呼ぶ．さらに情報路を構成している要素を因子といい，因子を区分する要素をレベルと称し，レベルにはその計量を表わす値として，特性値をつける．

いま，一つの試行の結果l個のレベル，$L_1, L_2 \cdots L_k \cdots L_l$が実現可能であり，それぞれの実現確率と特性値を $P_1\ P_2 \cdots P_k \cdots P_l$，$t_1\ t_2 \cdots t_k \cdots t_l$ とするとこの試行のエントロピーは情報理論より

$$H = -\sum_1^l P_k \log P_k \qquad \cdots\cdots(1)$$

また，特性値の平均は，$\sum_1^l P_k t_k\ (=\bar{t})$であるから単位特性値あたりのエントロピー（R）は

$$R = \frac{-\sum_1^l P_k \log P_k}{\sum_1^l P_k t_k} = H/\bar{t} \qquad \cdots\cdots(2)$$

Rを最大にするには、$\sum_1^l P_k = 1$の制約条件下の極値問題に帰着するから Lagrange乗数法を使って

$$\frac{\partial}{\partial P_k}\left\{ H/\bar{t} + \lambda \sum_1^l (P_k - 1) \right\} = 0 \qquad \cdots\cdots(3)$$

を計算すればよい。(3)式を解いて　$P_k = a^{-t_k H/\bar{t}}$　（aは対数の底）　$\cdots\cdots(4)$

$a^{-H/\bar{t}} = W^{-1}$ とおくと　$\sum_1^l P_k = 1$ より　$\sum_1^l W^{-t_k} = 1$　$\cdots\cdots(5)$

(5)式の正根を$\bar{W}$とする．$H/\bar{t}$の最大をCとおくと，（Cは情報論では情報路の容量と呼ばれるものである）

$$C = \max H/\bar{t} = \log \bar{W} \qquad \cdots\cdots(6)$$

$H/\bar{t}$を最大にするときの，レベルの実現確率P_kは

$$P_k = a^{-Ct_k} \quad \text{として求まる。} \qquad \cdots\cdots(7)$$

4，時間雨量系列（配分過程）の層別化

洪水をおこすような流域内の豪雨の雨量の配分過程（ハイエトグラフ）は配分率（時間雨量）と連続雨量の時間あたりの増分の2層よりなるとする．この考えをもとに，ピーク付近を中心にしてモデル降雨を発生させる場合に，実際の雨では，各層はどれほどの役割（重み）を果たしているかを表－Iのような情報路を設定して検討する。

表－I

因子＼レベル	$L_1\ L_2 \cdots L_k \cdot L_l$	構成比率
F_1	$u_1\ u_2 \cdots u_k \cdot u_l$	α
F_2	$v_1\ v_2 \cdots v_k \cdot v_l$	β
各レベルの比率	$r_1\ r_2\ \ r_k\ \ r_l$	

ここで表－Iの記号は，

R；総雨量　R_{km}；K時間連続最大雨量．

R'_k；k番目の1時間雨量．（ここでは，単位時間を1時間としているので，Kとkは同じ値となる．）

L_k；レベル，$(R_{km}-R_{(k-1)m})/2R \sim (R_{(k+1)m}-R_{(k-1)m})/2R$ の区間をレベル L_k とする．

F_1；l 等分配分率の層，　F_2；連続最大雨量の1時間あたりの増分の層．

u_k；レベル L_k の F_1 層の特性値　R'_k/R の平均値．

v_k；　〃　F_2　〃　$(R_{km}-R_{(k-1)m})/R$ の平均値．

r_k；n 個の資料よりもとめられた各レベルの比率

α，β；F_1 層，F_2 層より降雨配分系列発生の情報路の構成比率．

このような情報路を設定すると，前述したように (5) 式より $\sum_1^l W^{-u_k}=1$ を満たす正根 W_1 を求め．

$C_1=\log W_1$ ---- (7)　同様に　$C_2=\log W_2$ ---- (8)

このときのレベルの実現確率の推定値はそれぞれ

F_1 層　$P_{1k}=a^{-c_1 u_k}$　　F_2 層　$P_{2k}=a^{-c_2 v_k}$ ---- (9)

この情報路が正しいとすると．Pearson の χ^2-method を利用して，構成比率．α，β を求める．

$$\chi_j^2=\frac{n(r_j-\alpha\, a^{-c_1 u_j}-\beta\cdot a^{-c_2 v_j})^2}{r_j} \qquad \text{---- (10)}$$

とおいて，$\mathrm{Min}\sum_1^l \chi_j^2$ とならしめる．α，β を求める．したがって $\frac{\partial}{\partial\alpha}\sum\chi_j^2=0$　$\frac{\partial}{\partial\beta}\sum\chi_j^2=0$ より

$$\alpha=\frac{B-C}{B^2-AC} \qquad A=\sum_1^l\frac{a^{-2c_1u_j}}{r_j} \qquad B=\sum_1^l\frac{a^{-c_1u_j-c_2v_j}}{r_j}$$

$$\beta=\frac{B-A}{B^2-AC} \qquad \text{ただし} \quad C=\sum_1^l\frac{a^{-2c_2v_j}}{r_j} \qquad \text{--- (11)}$$

α，β が決定されたら，実際に降雨配分系列を発生させる方法として，次のような方法が考えられる。すなわち配分率の面から α，連続最大配分の面から β の重みでもって配分系列が決定できるとし，最大連続雨量の比率の系列に加える。

$$\alpha u_k+\beta v_k=\delta_k \qquad \delta_k：(k-1)\text{ 時間の系列に加える配分値．}$$

として順に δ_k を発生させてゆくのである。

5．ピーク前後の降雨強度

ハイエトグラフのピーク付近の雨量は総雨量に対して大きな割合を占めているから，総雨量の相当部分が含まれるような時間幅が存在するものと考えられる．　$t=4\sim6$ 時間に対する t 時間連続最大雨量の配分率 (R_{tm}/R)，及び $(R_{tm}-R_{(t-1)m})/R$ の平均と t との関係を図示すれば，図－1・2のようになる．（資料は筑後川流域のもの）

図-1

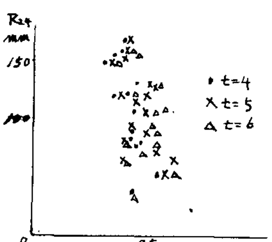
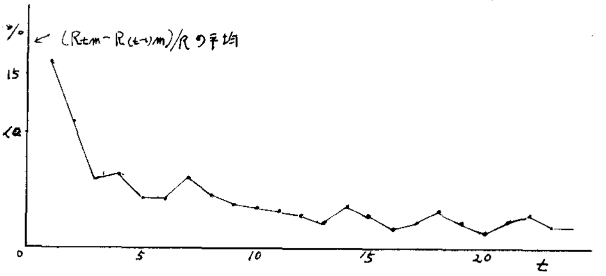


図-2



図より，この時間幅は 4～5時間ぐらいではないかと考えられる，この値が適当であれば，4で述べた δ_k を $k=4\sim5$ 時間まで発生させ，残りは総雨量に一致するように発生させればよいと考えられる。

6．問題点

この方式によるとピークからの累加雨量曲線のみが得られ，ハイエトグラフとはならないので，得られた単位時間雨量を時間軸にどのように並べるかという問題が残されている。

参考文献

※降雨の時間配分に関する確率論的考察　石原安雄・友杉邦雄　京大防災研年報第14号B