

建設省土木研究所 正員 ○宇多高明
東京工業大学工学部 正員 日野幹雄

1. 序文

波動作用下において砂の浮遊状態を考えると、底面に発生した砂連上から生ずる渦糸によ、砂が上方へ拡散される。そして砂を持ち上げる乱れを生ずる原因に砂連が重要な働きをしていると考えられるが、その機構については理論的に解明されていない。本論文では波動作用下での砂連の発生について理論的に考察を進めた。まずナビエーストークス式と連続式より出発し、砂連面上の剪断応力、圧力を与える式を導き、更にそれらの時間平均成分を求め、それらの数値計算を行った。この結果から砂連面上の時間平均圧力、剪断応力の分布はその面の波高を増大させ、又波高が増大すると、時間平均圧力、剪断応力の大ききも大きくなり、益々砂連は成長していくことを示した。本論文の方法が開水路における砂連成長理論と異なるのは、流砂量と剪断応力の間に位相遅れを用いず、物理的に困難な仮定を含まずに説明した点である。

2. 理論

波動下で流体の運動は、一方向流れに比較して複雑である。従、直接波動下で考えず、現象の基本的特質を失わずに問題を単純化して物理的説明を加える。基本的特質として①波動運動②波型境界(可動性)③粘性流体を考える。波動運動下でも底面近くでは流体はほぼ往復運動を行なっていることから、①は①往復運動に単純化される。又砂連の砂面がわずかに変化した時、その影響はすぐ流体に及ぼされるが、流体の運動が変化することによる砂移動への影響は、流体の変化に対してはるかに長い時間を要すると考えられる。このことから②は②波型境界(固定)とする。③は境界、凹凸が小さく、層流状態を考えればそのまま良い。結局①②③の条件で問題を考えていく。まず三条件を満足すべく壁面が余弦式で与えられる二次元的な振動層流を考える。デカルト座標のままでは計算がまじりつで、等角写像を用いて直交曲線座標に変換する。次に基礎方程式としては、ベクトル形の流速 $U = (u, v)$ で書いたのが次式であり、これはベクトル形のナビエーストークスの方程式である。但し (u, v) は曲線座標軸方向の流速である。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \text{grad}(\frac{1}{2}U^2) - U \times (\nabla \times U) = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p - \nu \nabla \times (\nabla \times U) \quad \dots\dots (1) \quad \text{連続式は}$$

$$\text{div } U = 0 \quad \dots\dots (2) \quad \text{②式を満足する流れ関数を定義し、それによ、②式は流れ}$$

関数で表わされる。次に、①波型曲面上から遠く離れた所での流体の粒子の振動の振幅が境界層の代表長さに比較して小さい、②波型曲面の波高も代表長さに対して小さい、という二条件を考える。まず②の条件下で、先に流れ関数で表示した①式は摂動法を用いて線型化され、それより Orr-Sommerfeld 方程式を導き、更に①の条件下で摂動法を用いて流れ関数の解が求められる。流れ関数より、圧力、剪断応力等を与える式を導いた。そして最後に数値計算を行ない、流速分布、剪断応力分布、圧力分布、相対流速分布等を求めた。ここでは余白の関係上、時間平均圧力、剪断応力のみについて考察を加えることにする。

3. 考察

圧力と剪断応力は砂面に作用も及ぼすが、平面上の振動流ではそれらは周期的に変化するだけである。波型面上では時間平均成分を持つので、丁度質量輸送によ、流体の實質的移動が起るのと同じ働きも流体が砂面に對して及ぼす。そしてこれによ、生じた歪が歪味の歪である。さて、図1は時間平均剪断応力 τ の場所分布を、 a (壁面の半波高の無次元化したもの、条件②は $a \ll 1$ に相当する) を媒介変数として書いたものである。今、剪断応力が場所の関数で与えられるとする。(図4) 剪断応力に比例して砂が移動するとすれば、I-II領域では

$\bar{\tau}(x) > \bar{\tau}(x)$ だから、砂量は減少する。逆に $\bar{\tau}(x) < \bar{\tau}(x)$ ならば貯えられる。結局図1でA~C, D~B間では砂が貯えられ、C~D間では減少する。この変化を模式的に示したのが図5である。図2は平均圧力分布である。静水圧も考えた上で図を見ると、頂では益々圧力が低く、谷では益々圧力が高くなる傾向があり、結局谷から頂へ向かう二次流が生じ、剪断力によって舞い上げられた砂は斜面に沿って上方へ運ばれる。結局圧力、剪断応力によって壁面の波高は増大させられる。又 a が大きくなると、圧力、剪断応力共に絶対値が増大する。かくて砂連波高は自動的に増大する。今までは、 a (砂連の波数を無次元化) は一定であるが、 a が変わる時の $\bar{\tau}$ と $\bar{P}$ の絶対値最大の変化が図3, 6である。 a が増大すると、共に増大する。しかし条件④(レイノルズ数を R とすれば、 $R \ll 1$ に相当する) の為には、 a は無制限に大きくない。 R が一定とすれば、波数の上限は定まり、その値を越えた時振動法による解は適用しなくなる。物理的にはこの時、流線剥離が生じるのではないかと考えられる。この限界時 $a = a_c$ において砂連の成長は最も著しい。波動下で底面付近では、流体はほぼ往復運動をしている。そして底面に微少な凹凸があれば層流状態が考えられる。もし凹凸がフーリエ級数で表わされるとすれば、前節の理論解は線型理論であるから、フーリエ級数の一成分について計算したと言える。それ故この節の議論によれば、微少な凹凸は各々その波高を増大していくが、中でもある限界の波数を持つ砂連が最も速く成長すると考えられる。

4. 結び

本論文では波動下における砂連の発生について論じた。従来の方法と異なり、この何ら物理的に困難な仮定を含まず、ごく自然にその発生プロセスを説明しようとしたものである。直、途中省略した計算及び他の結果については、別の機会に発表する予定である。

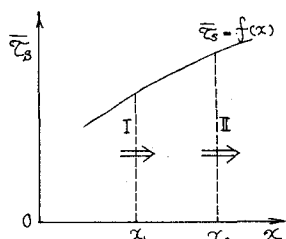


図-4 剪断応力分布

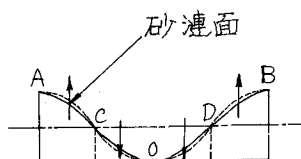


図-5 砂連面の变化

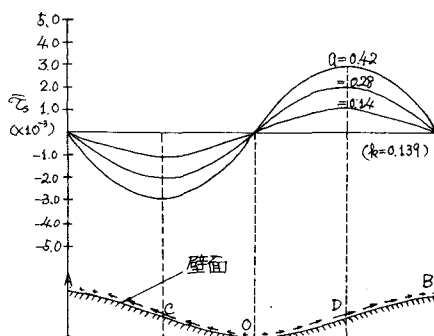


図-1 時間平均剪断応力の場所分布

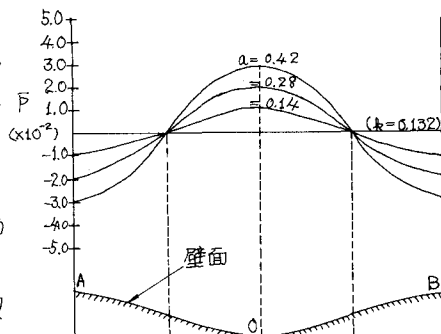


図-2 時間平均圧力の場所分布

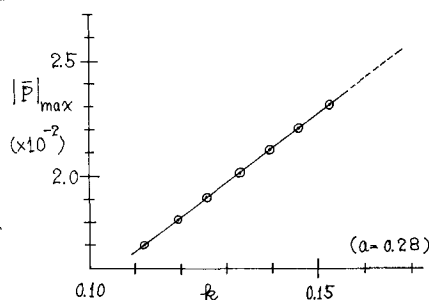


図-3 時間平均圧力の最大値の変化

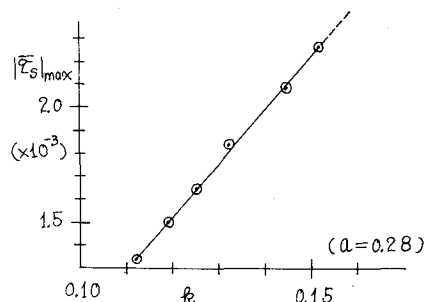


図-6 時間平均剪断応力の最大値の変化