

## II-15 波力に対する構造物の動的応答

東京大学 正会員 堀川清司  
東京電力 正会員 ○宮本幸始

### 1.はじめに

最近、構造物の動的な波力応答に関する関心が高まってきており、その数値計算の結果もいくつか報告されている。しかしながら、波力については、その特性は既知の外力として扱う立場の計算例が多く、振動する構造物に働く波力の特性を調べる目的でなされた計算は少ない。また、計算の結果を実験により検証したものはあまり見あたらない。筆者らは振動する構造物に作用する波力の特性を調べる立場から、波力を受ける柱状構造物の動的応答解析を行ない、簡単な構造物について実験も行なった。その結果、波力の評価ならびに動的応答解析に関して興味深い事項がいくつか明らかになった。

### 2. 波力の評価

静止円柱に作用する波力の算定式として実用上は次式を用いることができる。

$$dF = dF_D + dF_I \quad \langle \text{総波力} \rangle \quad (1)$$

$$dF_D = C_D \cdot \rho \cdot \frac{D}{2} \cdot v |v| ds \quad \langle \text{抗力} \rangle \quad (2)$$

$$dF_I = C_I \cdot \rho \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \dot{v} ds \quad \langle \text{質量力} \rangle \quad (3)$$

$C_D$ : 抗力係数,  $C_I$ : 質量力係数,  $\rho$ : 水の密度

$v$ : 水粒子速度,  $\dot{v} = \frac{dv}{dt}$ : 水粒子加速度

円柱の振動も考慮した場合は円柱の変位を  $U$ , 速度を  $\dot{U} = \frac{dU}{dt}$ , 加速度を  $\ddot{U} = \frac{d^2U}{dt^2}$  と書くと次のようになる。

$$dF_D = C_D \cdot \rho \cdot \frac{D}{2} (v - \dot{U}) |v - \dot{U}| ds \quad (4)$$

$$dF_I = C_I \cdot \rho \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \dot{U} ds - C_{IM} \cdot \rho \cdot \frac{\pi D^2}{4} \ddot{U} ds \quad (5)$$

$C_D$  は静止円柱の場合と同じ値を用いることができる。 $C_I, C_{IM}$  はボテンシャル理論からは  $C_I = 2C_{IM} = 2.0$  となる係数である。(5) 式の第2項はいわゆる付加質量による項である。真的質量のかわりに付加質量  $C_{IM} \cdot \rho \cdot \frac{\pi D^2}{4} ds$  を加えた見かけ質量を用いれば、質量力としては(6)式の第1項だけ、すなわち(3)式を用いる形となる。ここで注意すべきは(3)式を誤って拡張して  $dF_I = C_I \cdot \rho \cdot \frac{\pi D^2}{4} (\dot{v} - \ddot{U}) ds$  としてはならないことである。この式を用いると例えば  $C_I = 2.0, C_{IM} = 1.0$  の場合、付加質量を2倍に算定することになり構造物の固有振動数を過小に計算してその動的特性を誤って評価する恐れがある。

### 3. 数値計算・実験

可撓性構造物に働く波力の算定式について考察し、また動的応答解析の妥当性ならびに必要性を検討するため新たに数値計算のプログラムを開発した。対象としたのは1~数本の直円柱の脚に波力を受ける平面ラーメン構造物で、入射波浪は微小振幅の単一規則波を考えた。数値計算は構造物を有限節点で分割し、マトリックス構造解析の手法により行なった。分布荷重である波力は等価節点外力に置き換え、また自由度を減少させる操作を取り入れている。微分方程式の積分にはRunge-Kutta-Gill法を用いて、経時変化をstep by stepに算出した。

また、可撓性構造物に作用する波力の特性を調べるとともに、数値計算を検証するため基礎的な実験を行なった。実験は、二次元造波水槽内に水槽で固定した單一円柱に一方向の規則波を作用させ、その振動応答を記録解析したものである。水位変動ならびに構造物の歪、変位の測定には、それぞれ、抵抗線式波高計、ストレイン

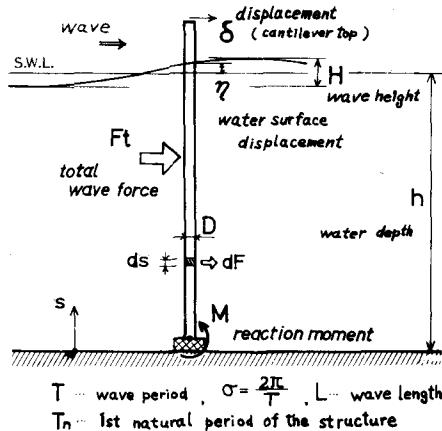


Fig.1 Definition Sketch

ゲージ、16mm シネカナラを用いた。構造物模型は、構造物の振動を強調するため、剛性のかなり低いものとした。

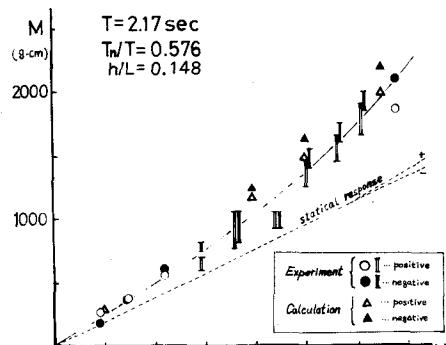
#### 4. 計算と実験の結果例

单一円柱モデル（円柱長：約 90 cm, 水深：約 80 cm, 第 1 次固有振動周期：1.25 秒）について、実験値と計算値（(4), (5) 式適用）を比較すると、周期の比較的大きいところでは、かなりよい一致を示している（Fig. 2(a) など）。共振点附近では、実験値から波高の大きいほど増幅率（静的応答値との比）が小さく、構造物の振動による減衰効果のあることが推察される（Fig. 2(b)）。これは計算結果からも確認される。すなわち、抗力の算定に構造物の振動を考慮して（4）式を用いた場合の計算結果と、無視して（2）式を用いた場合の計算結果とを比較すると、Fig. 3 のようになる。共振時（ $T = 1.25 \text{ sec}$ ）には、相対速度を考慮しないと応答値が過大に評価されることはわかる。共振点附近で構造物振動により波力が減少するのは、構造物の速度  $\dot{u}$  が抗力に影響し、抗力と質量力の位相が逆転の状態に近くなり、総和としての波力が減少するものである。すなわち、より抗力そのものが減少しているのではない。

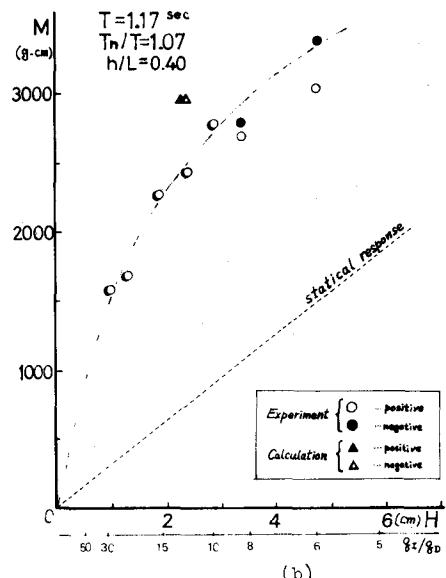
#### 5. 結論

今回の研究で以下のことが明らかになった。

- 構造物も振動する時の質量力の算定式は（5）式である。  
（3）式の  $\ddot{u}$  を相対加速度  $\ddot{u} - \ddot{U}$  で置きかえた式は不適当である。
- 一般に付加質量は構造物部材の質量に比して小さくはなく、付加質量を考慮することは計算を複雑にするものではないから、動的な計算を行なうならば（3）式ではなく（5）式を用いるのが適当である。
- 抗力の算定に構造物の振動を考慮しないと共振点附近での応答値は過大に算定されることがある。
- 共振点附近の応答値は相対速度を考慮することにより小さく計算されるが、このとき抗力係数  $C_D$  を大きくすることは減衰効果を過大に評価し、応答値は過小となる。しかし、危険側の計算となることがある上で注意が必要である。
- 抗力計算に（4）式を用いると数値計算は複雑になる。構造物が比較的剛な場合には計算の簡便のため（2）式を用いてもその誤差は大きくならないであろう。



(a)



(b)

Fig. 2 Amplitude  
(calculation & experiment)

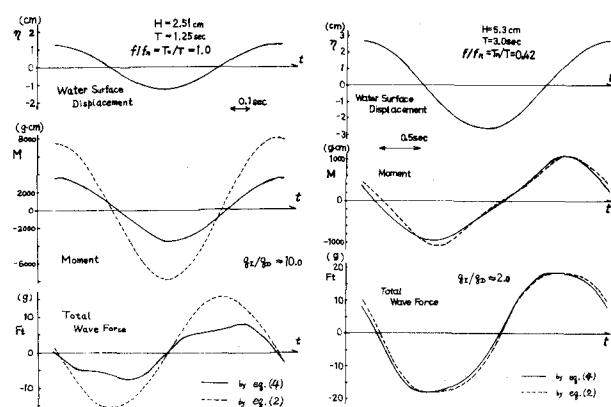


Fig. 3 Calculation Results