

Ⅰ 目 的 : 浅海領域における波の運動はその有限振幅性のために必然的に非線形現象である。波の挙動を検討するために従来より、水理実験や簡単な数値モデルによる理論解析が行われてきた。本文は、浅海における有限振幅波の非定常運動について図-1に示す傾斜面へ遡上する孤立波の問題をMarker & Cell 法によって検討したものである。

Ⅱ 基礎方程式と解法 :

波動を記述する基本式は、式(1)、(2)および(3)から成り立っている。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} + g_x + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} = -\frac{\partial \phi}{\partial y} + g_y + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

ここに、 x, y : 直交座標軸, u, v : x, y 方向の流速成分, ϕ : 圧力と密度との比 ($\phi \equiv p/\rho$), g_x, g_y : 物体加速度の x, y 成分, ν : 動粘性係数。

流速 (u, v) および圧力 (ϕ) は、図-2に示す位置で定義されている。式(1)、(2)より u, v の新しい値を求めるためには、 ϕ の値が必要となる。圧力 (ϕ) を算定するには、 $D \equiv \partial u/\partial x + \partial v/\partial y$ を定義するとき、連続条件より、 $D = 0$ でなければならない。式(1)、(2)より、圧力に対する方程式は次式のように求められる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -R \quad (4)$$

$$\text{ここに, } R \equiv \frac{\partial^2 u^2}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 uv}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v^2}{\partial y^2} + \frac{\partial D}{\partial t} - \nu \left(\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

式(1)、(2)、(4)および(5)はMAC法における基本方程式である。上記の方程式群を差分近似により解くための計算領域はく形状のセル群に分割する。各セルは流体で充ちたセル、流体を含まないセル、自由表面が存在するセル、壁のセルなどの名称をつけて区別されている。式(4)の反復解において、導入される誤差や差分近似に伴う固有の誤差および計算機による round off のために、式(5)における D 項は一般的には零とならない。一方、連続関係より $D = 0$ が必要なので差分式の $(n+1)$ 次項で、 $D_{ij} = 0$ とす

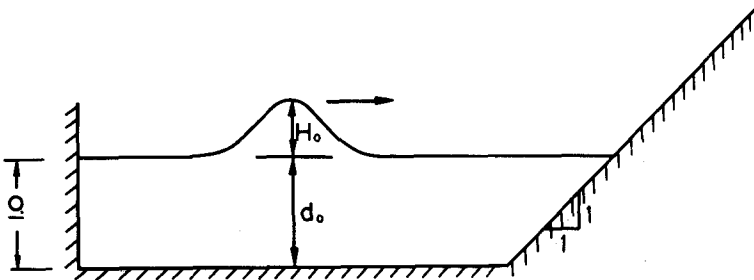


図-1 波のはい上りのモデル

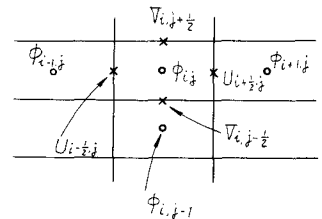


図-2 場の変動の配置

る操作がこのMAC法において行なわれる。本計算においては、自由水面の変化が問題となるので、一連のマーカー粒子を水面上に配置させた。式(1)、(2)の非線形項に対する差分式は、Frommが提唱した2次のupstream差分方式を用いた。(Chan & Street (1970))

この計算手法によって図-1の傾斜面を考えると、その取り扱いが難しくなる。この問題については、一定勾配の斜面とセルの対角線が一致するような浜形状を設定することによって解決できる。傾斜面上の流速成分および圧力はそれぞれ、セル内の運動量束の収支および質量保存関係を考慮することにより求められる。

Ⅲ 計 算 例 :

一定水深を有する海域から傾斜面へ遡上する孤立波の場合を例として考えた。波のクレストの初期の位置は、図-1の左側の壁および傾斜面の影響を受けないように設定してある。波の振幅の増幅率は、傾斜面の勾配と同様に、初期の振幅に依存する。したがって、計算は傾斜面の勾配を二三変化させて実施した。波は水深が減少する傾斜浜に前進してくるとき、その形状は変化する。波が遡上する各位置での波の形状が図-3に示してある。波形が傾斜面上で徐々に対称性を失うことがわかる。すなわち、波のフロントはその背後部より大きな勾配を有している。波頂下の u および v の等値線が図-4および5に示す。流体の質量輸送は周期波のような振動型におけるそれとは異なり、移流型の性質を有している。斜面上にある波において、自由表面付近における u の著しい増加が観察される。波頂下の p の鉛直分布は図-6に示してある。傾斜面上でさえも圧力分布は静水圧に近い状態が認められる。

数値実験の結果から、傾斜面の勾配が 45° のとき、孤立波の斜面の最大上昇比が、 $R_0/d_0 \doteq 1.2$ となることが確認された。ここに、 R_0 は波の静水面から斜面上のはい上り高さ、 d_0 は静水面より海底までの深さである。この数値実験と水理実験との直接的な比較は実施しなかったが、Cambiel *et al*の実験によれば $R_0/d_0 = 1.27$ の値が得られており、両者の結果は一致している。数値実験の結果によれば、一連の波の研究に対してもこの手法が適用可能であることが確認された。

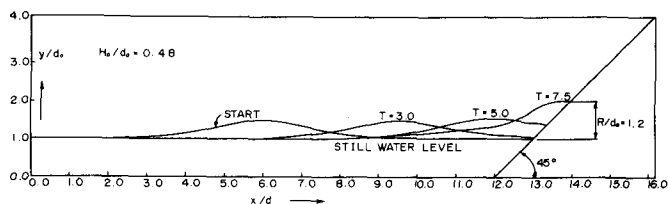


図-3 波の変形

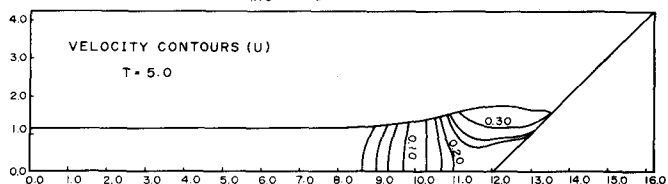


図-4 流速の分布 (u)

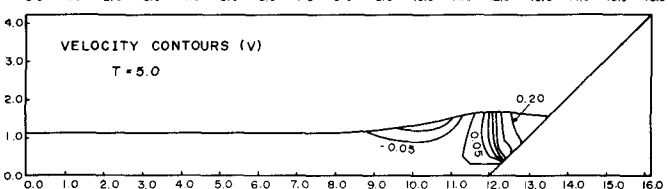


図-5 流速の分布 (v)

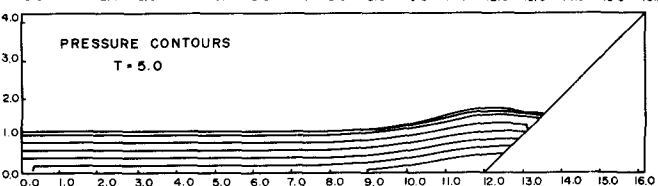


図-6 圧力の分布