

名古屋工業大学

正員 石田 昭

清水建設株式会社

正員 石田 和生

1. はしがき：浅海波では、比水深が小さくなるにつれて、一様水深領域であっても波形が分裂していくつかの波峰が出現する現象が実験などを行なうとみられる。このような二次波峰現象について、著者の一人らは実験、解析を行ない、複雑な波形の変化を波数-周波数スペクトルによって簡単に表示できることを示してきた。

一方非線型の分散性の波を取扱った D. J. Korteweg と G. de Vries の方程式 (K-dV 方程式と呼ぶ) は近年になり、エネルギー損失を含まない波動問題の諸分野において必須のモデル式と考えられて数多くの研究がなされるにいたり、Soliton という新しい概念の波が考えられるようになった。本研究では二次波峰としての調和解析を行なうと同時に、N. J. Zabusky らが行なった K-dV 方程式の差分化による数値解析を行なうことによって Soliton としての取扱いとの比較を行なった。実験方法は本質的には従来の方法と同じである。

2. K-dV 方程式の差分化：Zabusky らの方法による差分式、解析方法について簡単に述べる。

静水深 ($\bar{R}$) からの高さ R 、時間 t 、および距離 x などが適切に無次元化されたものであるとし、かつ長波の波速で動いている座標に変換すると、K-dV 式として

$$\frac{\partial R}{\partial t} + R \frac{\partial R}{\partial x} + \delta^2 \frac{\partial^3 R}{\partial x^3} = 0 \quad \dots (1) \quad \delta^2 = \frac{4 \bar{R}^2}{9 g \bar{R}_{11} T^2} \quad \dots (2)$$

$\bar{R}_{11} = \max\{\bar{R}\}$... (3) が得られる。ここで δ は Ursell のパラ

メーターに類する量で波の分散性の度合を示すものである。～印は次元をもった量を意味している。(1) 式の差分化にあたり、図-1 に示す4点の値を含むように工夫して次式を得た。

$$\begin{aligned} R(i, j+1) &= R(i+1, j) \\ &\quad - [R(i+2, j+1) - R(i-1, j)] \\ &\quad \times [(F^2 + F)/(3\delta^2 - F)] \end{aligned} \quad \dots (4)$$

ただし

$$F = l^2 [R(i+2, j+1) + R(i-1, j)] / 8$$

$$l = 1/(2M), \quad \bar{R} = l^3/(4\delta^2)$$

であり、 l および $\bar{R}$ は差分の間隔である。2M は1波長の間を等間隔に分割する数を意味している。

計算する場合、 x 軸上の距離軸形を初期値とすれば、 $R(2M+1, j)$ および $R(2M-1, j)$ が得られるので、補外法により $R(2M+2, j+1)$ を仮定して $R(2M, j+1)$ が求まる。

図-1 において左側へ掃き出して

ゆけば $R(2, j+1)$ が求まるので、図-2. 各点での実験時刻波形より求めた調和波の振幅の変化

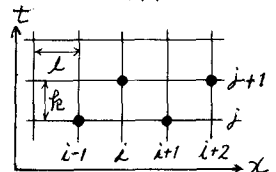
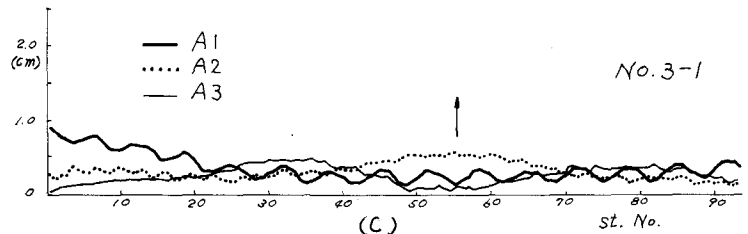
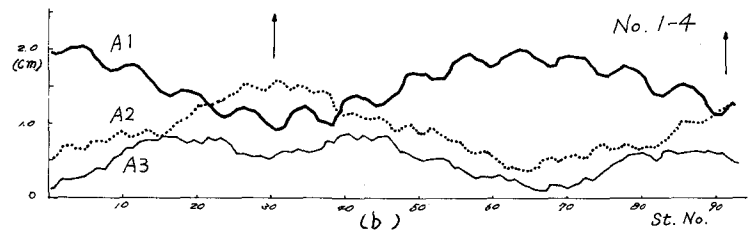
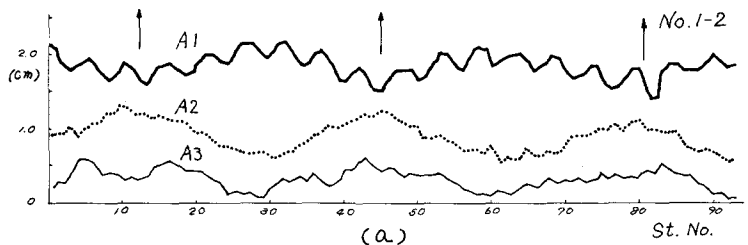


図-1 差分化の方法



$\eta(2, j+1) = \eta(2M+2, j+1)$ となるまで $\eta(2M+2, j+1)$ の値を仮定し直す。これを順次繰り返してゆけばよいのであるが、この方法で問題として残るのは、 x 軸上の初期値として、波形は短尺周ならば近似的に波高計から得られる x 軸上の時間波形と等しいと仮定していること、したがって時間波形も距離波形も共に周期性をもっているということである。これは定形波を意味するので現象とは一致しない。

3. 解析結果：図-2(a)~(c) は従来の方法によって、各突で3倍の調和波までの振幅を解析しプロットしたものである。↑印はこれまでに二次波峯の発生突と名付けたものである。No. 1-2 は二次波峯が1つ出現する場合で、振幅については $A1 > A2 > A3$ という関係がある。No. 1-4 は2つ出現する場合で、発生突において、2倍波の振幅が最大となっている。No. 3-1 は4つ出現する場合で、St. No. 30 付近では3倍波の振幅が最大となっている。図-3 は実測波形と、前述の差分式から得られた波形の比較をしたものである。上段の実線は逆波板の直前で得られた初期値である。中段の実線は図中に示してある St. No. に相当する場所で得た波形である。下段の実線が解析した結果である。初期値の波峯が1.0 になるように無次元化してあるので、縦軸に示した数値から判るように進行につれて、波峯が尖って高くなって行くことがわかる。No. 1-2 と No. 1-4 については実測波形と解析波形とがほぼ同じであるが、No. 3-1 では、波峯の数および波峯の高さなどにかなりの相違点が見られる。図-4 は No. 1-2 と No. 3-1 について解析波形の調和解析を行なって図-2 に示すような各調和波の振幅 $A1, A2, A3$ をプロットしたものである。No. 1-2 については図-2 の実測波の振幅と概略同じような変化が見られるが、実測波にみられる短周期の変化が存在しない。No. 3-1 については No. 1-2 にみられるような規則性がないこと、また発生突までは傾向としてはほぼ実測値と同じであるとしても、それ以後は非常に違った値であることなどが顕著である。これらのことから、比水深が小さくなると Zabusky らの方法では現象を説明できなくなると思われる。

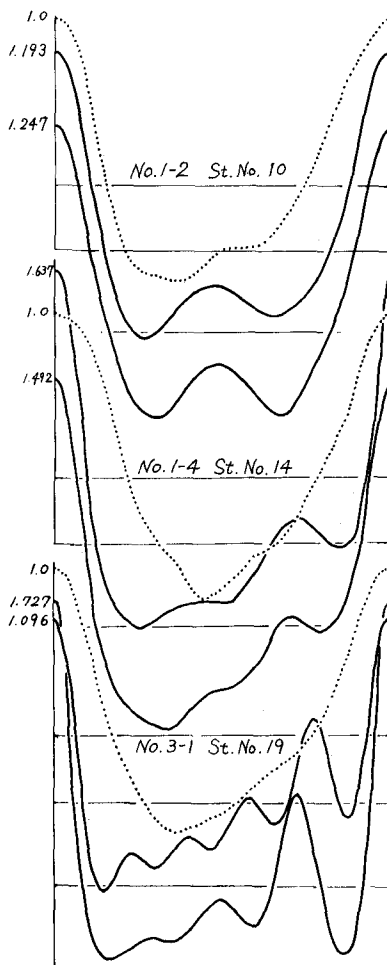


図-3 実測波形と数値解析による波形

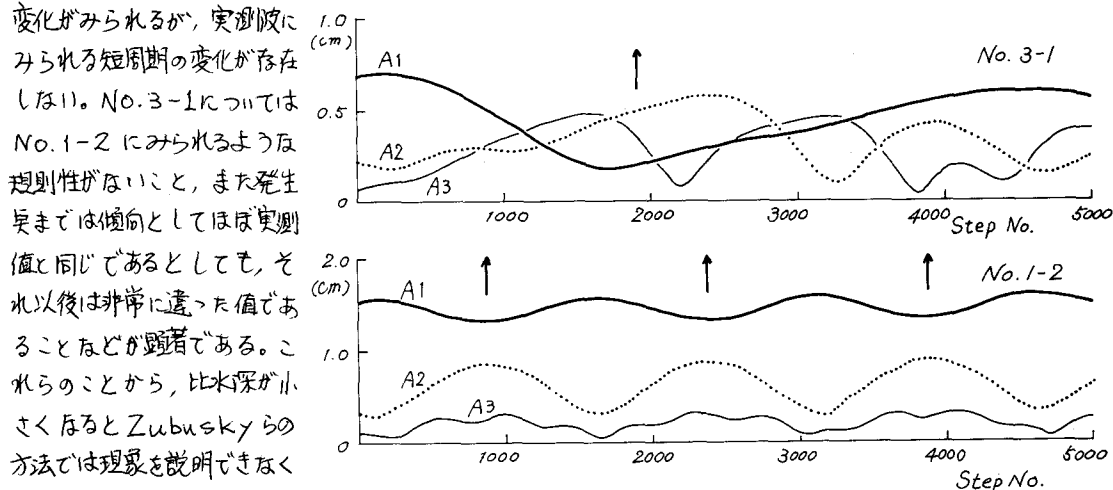


図-4 数値解析波形を調和解析して求めた振幅の変化 (横軸は計算回数)

- 参考文献
- 1) 細井正延・石田昭：二次波峯現象における非線型性の解析，オ17回海岸工学講演会論文集 昭45.
 - 2) N. J. Zabusky, C. J. Calvin: Shallow-water waves, the Korteweg-de Vries equation and solitons, J. Fluid Mech., 1971, vol. 47.