

京都大学工学部 正 海井哲郎, ○ 千葉県土木部 正 山田雄三

## 1. まえがき

Dean<sup>1)</sup>は、1965年に海面上の1点での時間変形を与え、実測時間変形と理論波形の差および海面でのベルヌーイの定数の変動を最小にするような級数解の係数を最小二乗法を用いて決定して表面波を表現する手法を提案した。その後彼は、この手法を用いて波の水粒子速度および加速度を計算し、鉛直円柱に作用する波力およびモーメントを求めた図表を制作する<sup>2)</sup>とともに、砕波の条件を用いて波高水深比が7.0になりうることを示した<sup>3)</sup>。この研究は、Deanが計算した波の水粒子速度が果して実際の波の水粒子速度とほぼ一致しているか、すなわち水粒子速度の観点からこのStream function wave theoryの適用性を検討したものである。この手法では、一様水深を進行する変形（ない波を対象としているが）、ここではこの手法が非対称な変形にも適用する点に注目し、一様水深の下規則波の1波および斜面上で砕ける規則波に適用することにする。

## 2. Stream Function Wave Theory

詳細はDean<sup>1)</sup>の論文に示されているので、ここでは概略を示しておく。一様水深  $h$  を一定の波速  $L/T$  ( $L$ :波長,  $T$ :周期) で変形せずに伝播する波を、波速と同じ速度で運動する座標系  $x-z$  ( $x$ :波の進行方向の水平座標,  $z$ :静水面を原点とする鉛直上向き座標) から見て流束関数  $\psi$  で表現すると次式のようなになる。

$$\psi = \frac{L}{T} z + \sum_{n=1,2,3,\dots}^{N-1} \frac{\sinh \frac{(n-2)\pi(h+z)}{L}}{L} \left\{ X(n) \cos \frac{(n-2)\pi x}{L} + X(n+1) \sin \frac{(n-2)\pi x}{L} \right\} \quad (1)$$

上式で右辺の  $\{ \}$  内の2項のうち1波のみの場合は、従来のStokes波の級数解と同じ形になる。 $\pi/2$  だけ位相差のある2波も考慮することにより、1波形の非対称性を表現している。水面変形  $\eta$  は、(1)式で  $z=\eta$  とおけば、流束関数  $\psi$  が水面で一定値  $\psi(x, \eta) = X(3)$  となることから、次式のようなになる。

$$\eta = \frac{T}{L} X(3) - \frac{T}{L} \sum_{n=1,2,3,\dots}^{N-1} \frac{\sinh \frac{(n-2)\pi(h+\eta)}{L}}{L} \left\{ X(n) \cos \frac{(n-2)\pi x}{L} + X(n+1) \sin \frac{(n-2)\pi x}{L} \right\} \quad (2)$$

まず、 $T=X(2)$  の初期値として時間変形の記録から読みとった波の周期を与え、つぎに  $L=X(1)$  の初期値として静水深  $h$  と上述の周期から求めよめる微小振幅波の波長を与える。つぎに実測波形を  $\eta_m$ 、理論波形を  $\eta_p$  とし、1周期も  $L$  個の離散値  $i$  に分割し、 $\eta_m$  と  $\eta_p$  の不一致の程度を次式で表現する。残りの未知数  $X(3)$

$$E_2 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (\eta_{m,i} - \eta_{p,i})^2 \quad (3) \quad \sim X(N) \text{ の初期値は、この } E_2 \text{ が最小になるように、} \delta E_2 / \delta X(n) = 0 \quad (n=3 \sim N) \text{ より求める。実際には、} X(3) \sim X(N) \text{ に関する } (N-2) \text{ 個}$$

の連立方程式となるが、この場合(3)式の右辺の  $\eta_p$  からは、(2)式でわかるように双曲錐関数の形で与えられることとなり、計算ではすべて  $\eta_m$  とおきかえた。

(1)式からわかるように、 $\psi$  はラプラスの方程式を満たし、かつ海底での境界条件も満たす。また(2)式からわかるように  $\psi(x, \eta) = X(3)$  (const.) とおきかえて、水面での運動学的条件は自動的に満たされる。残りの条件は水面での力学的条件で、水面での圧力  $p=0$  とおけば運動座標系では次式のようなになる。ただし、

$$\eta + \left\{ \left( u - \frac{L}{T} \right)^2 + w^2 \right\} / 2g = 0 \quad (4) \quad u, w \text{ はそれぞれ静止座標系から見た波の水粒子速度の } x, z \text{ 成分であり、} \Omega \text{ はベルヌーイの定数である。ここでベルヌーイの}$$

定数  $\Omega$  が1周期にわたってなるべく変動しないようにすることを考え、つぎのような  $\Omega$  の変動の程度を表現

$$E_1 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (\Omega_i - \bar{\Omega})^2, \quad \bar{\Omega} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \Omega_i \quad (5) \quad \text{する量 } E_1 \text{ を考える。さうして前述の } E_2 \text{ と合わせて、} E_T = E_1 + E_2 \text{ を定義し、前述の } X(n) \text{ (} n=3 \sim N \text{) の初期値を}$$

$X(n)$  ( $n=1 \sim N$ ) だけ増加すれば、 $E_T$  が近似的最小値で与えられる。

$$E_T = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \left\{ \left( Q_j + \sum_{n=1}^N \frac{\partial Q_j}{\partial X(n)} X(n) \right) - \left( \bar{Q} + \sum_{n=1}^N \frac{\partial \bar{Q}}{\partial X(n)} X(n) \right) \right\}^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \left\{ \left( p_j + \sum_{n=1}^N \frac{\partial p_j}{\partial X(n)} X(n) \right) - \bar{p}_j \right\}^2 \quad (6)$$

この  $E_T$  を最小にするための式  $\partial E_T / \partial X(j) = 0$  ( $j=1 \sim N$ ) は  $X'(j)$  ( $j=1 \sim N$ ) によって  $N$  個の連立方程式になる。この連立方程式を解いて、 $X(j)$  が十分小さくなければ、 $X(j) + X'(j)$  を新たな  $X(j)$  として再び同じ計算を繰り返す。なお(6)式右辺の第1項は  $Q_j$  および  $\bar{Q}$  を含み、(4)式からわかるようにこれは  $Q$  を含む。実際の計算では、2度目の  $p_j$  などを用い、繰り返す計算の1step 前の  $p_j$  を用いた。

### 3. 波の水粒子速度場への適用

1. 上述したように、この方法は本来波形が変形せずに繰り返す波に適用すべきものであるが、ここではまず1波分の不規則波の水位および同じ位置で測定された水粒子速度の時間変化の記録<sup>4)</sup>の中の卓越した波を有する1波分をとり出してこの方法を適用してみる。この場合水深は一定であるが、その前後では時間波形は繰り返していないことも知られておく。静水深  $h = 45 \text{ cm}$ 、水粒子速度の測定点は  $z = -9.0 \text{ cm}$  である。図-1、(1)、(2)は、その結果の例である。各図の上側が水位、下側が水粒子速度の同時の時間変化で、Stream function wave theory による計算結果は破線で示している。水面波形はともにかなり非対称であるが、理論波形は微小な変動を除くは全体的にはほぼ実測波形と一致している。一方同時に測定された水平方向水粒子速度の時間変化の例は、水位の場合と同様その全体的傾向はほぼ理論波形によって説明できるが、微小な変動は説明できない。ただし、水粒子速度の測定には  $4/\sqrt{gh}$  程度の0.01の誤差が含まれることを考えると、理論値と実測値の差異は誤差と同程度といえる。理論の波形がくり返すことも前提としており、それに対して実測値はかならずしも波形がくり返すとはあらず、図を思えば  $kT = 0 \sim 1.0$  で  $g/H$  および  $4/\sqrt{gh}$  の値は一致していない。以上のことを考慮すれば、Dean の方法は、不規則波の水粒子速度の時間変化の中の顕著な波を有する1波分の実験値をほぼ説明できると考えられる。

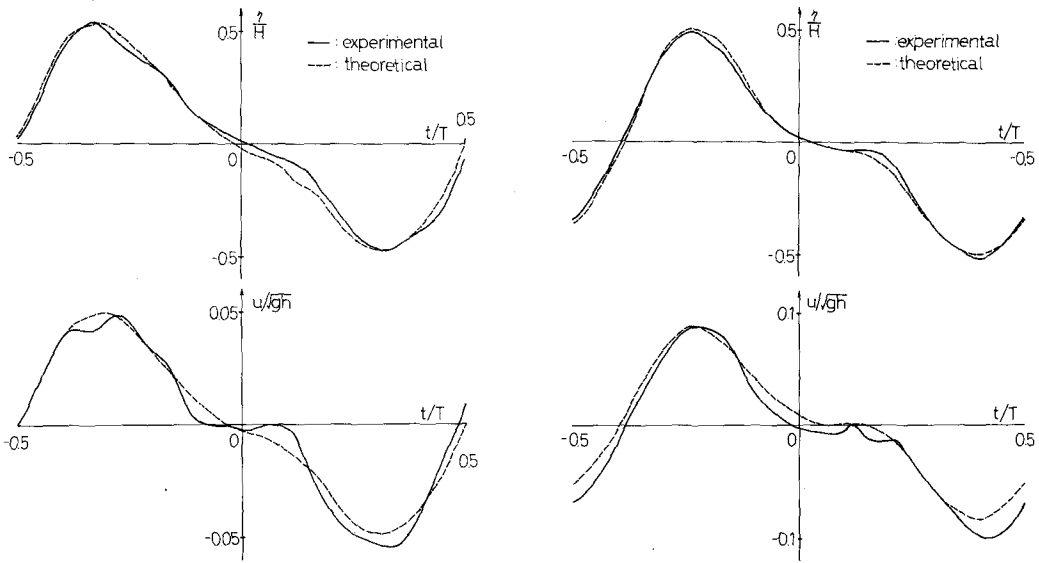
つぎに、波形が変形しなくても水深が一定でなく勾配を有する場合への適用として、一様勾配斜面上で破ける規則波の波の位相での水平方向水粒子速度の鉛直分布<sup>5)</sup>に適用した例が図-2、(1)、(2)である。図の(1)は斜面勾配  $i = 1/20$ 、(2)は  $1/10$  の場合である。水粒子速度の測定は中立粒子トレーサとして行なわれ、同じ位置で水位の時間変化をも測定している。水粒子速度の鉛直分布については、破波水深  $h_b$ 、周期および破波高  $H_b$  について求めた一様水深での対称な波形を有する Sjelbreid の Stokes 波の第2次近似解(波速の定義として Stokes の第1および第2次近似による<sup>6)</sup>) および Laitone のフノイド波の第2次近似解によるものを示している。この図からわかるように、Dean の Stream function wave theory は、一様水深の波形の近似(あるいは本来対称とされているにもかかわらず、むしろ実験値に近い値を示している。なお不規則波の場合も含めて、以上の計算はくり返し回数もすべて5回としたが、この回数を増せばさらに実験値とよく一致するようになる。)

以上のよう、適用例が少なく一般的なことは今後の研究に待たなければならぬが、この方法は一様水深の不規則波の水粒子速度に関しては Reid<sup>4)</sup> の校直フィルターの方法とともに有効な方法であり、また斜面上の破波の水粒子速度に関しては一様水深でないにもかかわらず実験値とある程度説明することができると考えられる。最後にこの研究にあたり有益な御助言をいただいた京都大学工学部助教授に謝意を表するとともに、不規則波および斜面上での破波の実験結果も心よく提供してくれた京都大学大学院博士課程学生石田啓氏および当時修士課程学生月岡康一氏(現在川崎重工)に感謝する。なお本研究の一部は文部科学省研究費によることを付記する。

### 参考文献

- 1) Dean, R.G.: Stream function representation of nonlinear ocean waves, *four. J. Geophysical Res.*, Vol. 70, No. 18, 1965.
- 2) Dean, R.G.: Stream function wave theory, Validity and application, *Proc. Special Conf. Coastal Eng.*, 1965.
- 3) Dean, R.G.: Breaking wave criteria, A study employing a numerical wave theory, *Proc. 11th Conf. Coastal Eng.*, 1968.
- 4) 岩垣健一・通井哲郎・石田啓: 不規則波の水粒子速度と水面変動との相互関係に関する研究, 第19回海岸工学講演会論文集, 1972.
- 5) 岩垣健一・通井哲郎・月岡康一・沢井信樹: 斜面上の破波の水粒子速度の鉛直分布と破波型について, 第20回海岸工学講演会論文集, 1973(6冊中).

6) Tsuchiya, Y. and H. Yanaguchi : Some considerations on water particle velocities of finite amplitude wave theories, Coastal Eng. in Japan, 1972.



(1)  $h = 45\text{ cm}$ ,  $z = -9.0\text{ cm}$ ,  $T = 3.2\text{ sec}$ ,  
 $N = 13$ ,  $I = 37$

(2)  $h = 45\text{ cm}$ ,  $z = -9.0\text{ cm}$ ,  $T = 2.6\text{ sec}$ ,  
 $N = 13$ ,  $I = 32$

図-1 Stream function wave theory の不規則波の水粒子速度の時間変化への適用

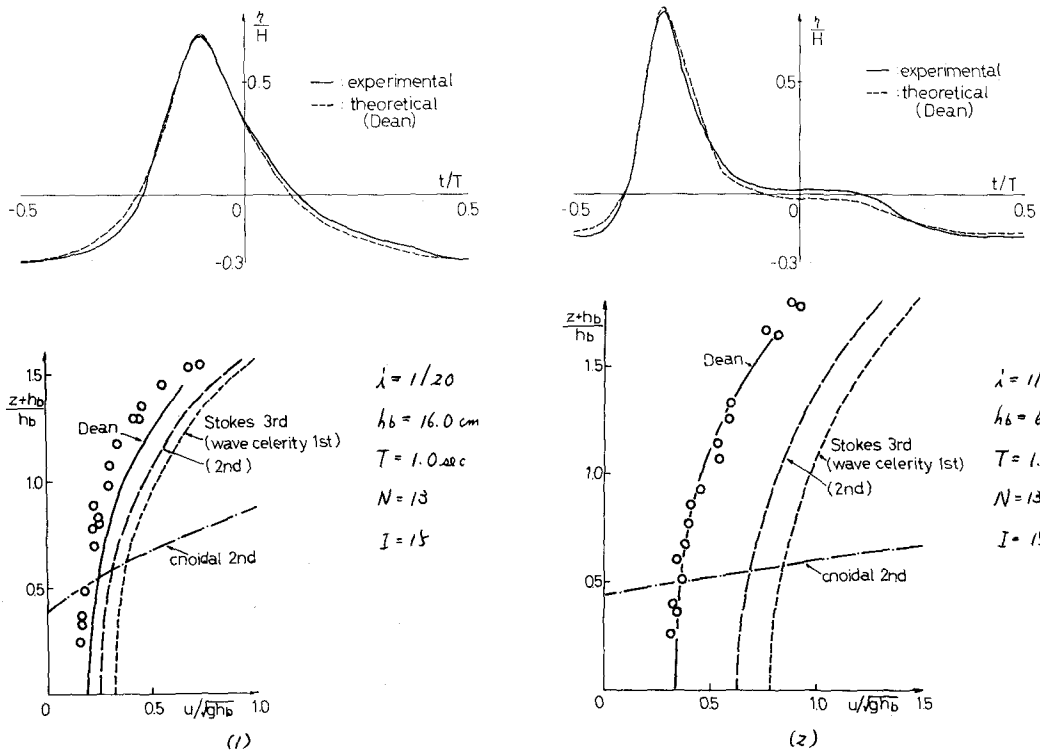


図-2 Stream function wave theory の斜面上の砕波の水粒子速度の鉛直分布への適用