

1. 目的

耐震設計と、構造物と地盤内の相互作用を検討することが、一つの重要な問題点として挙げられる。そのため、計算機による数値解析においては、対象とする構造物と周辺地盤を一つの系としてモデル化する手法が、多くの場合に用いられている。しかし、計算機の容量の制約もあって、3次元解析の望ましい構造物を対象としても、構造物-地盤系を平面ひずみ状態下にあるとする2次元解析が、しばしば、行なわれる。

本論は、地盤表面に正弦波圧力 $P = P_0 \exp(i\omega t)$ が加わった場合に、地盤中に伝播する各種波動のエネルギーを、2次元と3次元地盤について算出し、両者の比較を行なったものである。これにより、地盤の数値モデル化のための一つの資料を得ることを目的としている。

なお、本論に示した3次元解は、文献2の数値計算を行なったものである。また、2次元解は、文献1の結果を用いて、文献2の手法に沿って求めたものである。

2. 2次元波動方程式

一様な圧力 P が、図-1に示すように、地盤表面の中 $2a_0$ の内に作用する場合について、次の2種を考える。

種別I: 圧力 P が、地表面に対して直角に作用する場合

種別II: 圧力 P が、地表面の切線方向に作用する場合

図-1の座標による平面ひずみ状態の波動方程式は、次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_p^2 \right) \Delta_0 &= 0 \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_s^2 \right) \omega_0 &= 0 \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし、} \Delta_0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial z}, \quad \omega_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} - \frac{\partial w_0}{\partial x} \right), \quad k_p = \frac{\omega}{V_p}, \quad k_s = \frac{\omega}{V_s} \\ V_p &: \text{疎密波の速度}, \quad V_s: \text{せん断波の速度} \end{aligned} \right\} (2)$$

Z軸、X軸の直応力を、それぞれ σ_z, σ_x とし、面内せん断応力を τ とすると、種別I, IIにおける境界条件は、次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} \text{種別I: } \sigma_{z_0} &= P_0 (|x| \leq a_0), \quad \sigma_{z_0} = 0 (|x| > a_0), \quad \tau = 0 \\ \text{種別II: } \tau_0 &= P_0 (|x| \leq a_0), \quad \tau_0 = 0 (|x| > a_0), \quad \sigma_{z_0} = 0 \end{aligned} \right\} (3)$$

(1)~(3)式を、 x についてフーリエ変換し、逆変換により変位を求める。逆変換結果は、コーシーの主値で表わされる実体波と、留数項で示される表面波の和となる。内部粘性のない地盤中に伝播する波動エネルギー(逸散エネルギー)は、発生源から遠く離れていても、経路途中で消滅することはない。したがって、逆変換は、数値法により、 a_0 に比して充分 r の大きい位置で、変位収束関数を求め、これにより逸散エネルギーを算出しよう。

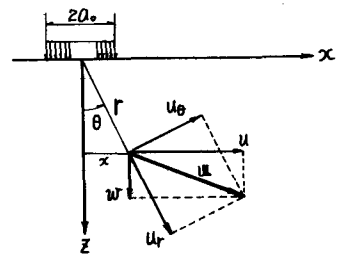


図-1 座標と記号

3. 波動の逸散エネルギー

地盤中の波動進行方向に直角な単位面積を、1サイクルの間に通過する波動のエネルギー E_e は、次式で表わされる。

$$E_e = \frac{\pi}{\omega} A a_0 (\mu \sigma_x + \omega \tau) \quad (4)$$

上式を極座標表示し、動軸方向の直角力に関する項と、せん断力に関する項に分解すると、それらは疎密波とせん断波による逸散エネルギーに相当する。全逸散エネルギーは、実体波については半径 r の円軸を中心とする半円筒面とで、また、表面波については、 x の位置における z 軸平行の平面とで、積分して得られる。これらを順に、 E_P^{II} 、 E_S^{II} 、 $E_{\text{SUR}}^{\text{II}}$ とすると、次式で表わされる。

$$\begin{bmatrix} E_P^{\text{II}} \\ E_S^{\text{II}} \\ E_{\text{SUR}}^{\text{II}} \end{bmatrix} = \frac{(a_0 P_0)^2}{\mu} \begin{bmatrix} W_P^{\text{II}} \\ W_S^{\text{II}} \\ W_{\text{SUR}}^{\text{II}} \end{bmatrix} \quad (5)$$

種別 I, II の無次元化エネルギー W^{II} を図-2 に示す。

3次元地表面の半径 r_0 内に、圧力 P が地表面に直角に加わる場合にも、全く同じ方法で次式が得られている。

$$\begin{bmatrix} E_P^{\text{III}} \\ E_S^{\text{III}} \\ E_{\text{SUR}}^{\text{III}} \end{bmatrix} = \frac{\pi^2 \omega (r_0^2 P_0)^2}{2\mu V_S} \begin{bmatrix} W_P^{\text{III}} \\ W_S^{\text{III}} \\ W_{\text{SUR}}^{\text{III}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

図-3 に (6) 式の W^{III} 値を示す。なお、図中に田治見博士の式による全エネルギー値を併記した。 $\omega r_0 / V_S$ を 0 に収束させると、水平圧力による全エネルギーの W^{III} 値は、上下圧力によるそれと同一の値を示す。

4. 考察

図-2 に見られるように、2次元体では、全逸散エネルギーは、種別 I, II で異なり、各波動エネルギーの割合も異なる。しかし、上下加圧状態での各波動エネルギーの割合は、2次元体と3次元体では、大略一致していると言えよう。

また、 E^{III} 、 E^{II} の比は一定ではない。加圧面積が等しく、2次元地盤の厚さが $2a_0$ の場合を例にとると、比は次式で表わされる。

$$\frac{E^{\text{III}}}{E^{\text{II}}} = \frac{4W^{\text{III}}}{4W^{\text{II}}} \frac{\omega a_0}{V_S} \quad (7)$$

以上、2次元地盤と、3次元地盤の比較を、逸散エネルギーの面から行った。今後さらに、地盤の数値モデル化の手法検討を行おう予定である。

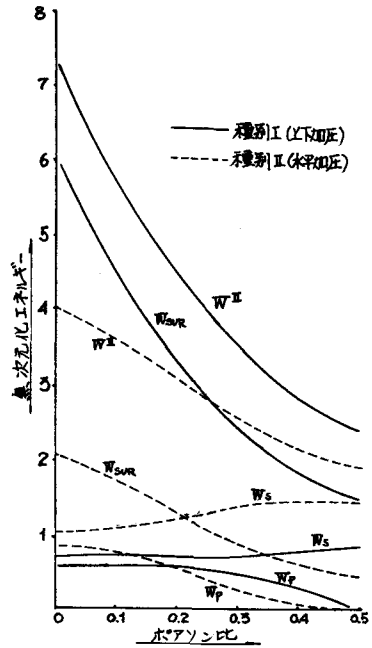


図-2 2次元無次元化エネルギー

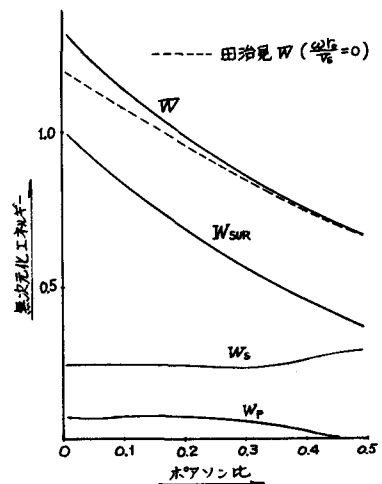


図-3 3次元無次元化エネルギー

参考文献 1. Miller, G.F. & Pursey, H. The Field and Radiation Impedance 1954. Proc. Royal Soc. A
 2. 同 同 On the Partition of Energy 1955. Proc. Royal Soc. A.
 3. 田治見 宏 建築構造学大系1「地震工学」(勤国社)のうら第2章