

九州大学 工学部 正員 小坪 清真
 九州大学 工学部 学生員 鳥野 清
 九州大学 工学部 学生員 柿川 英明

I. まえがき

著者等は近年来、常時微動による構造物の振動性状(固有振動数、振動型、減衰定数)の解析を行ってきたが、その際、種々の問題点に遭遇した。今までの経過はすでに報告してきたので、今回はその後問題点の中で解決できたものについて報告する。まず、常時微動は夜間の雑音の少ない、比較的定常ランダム過程とみなされる時の測定を対象としてきたが、今回は車を名護屋大橋(佐賀県)に走行させ、非定常ランダム過程における振動を解析し、それから求めらるる振動性状の精度を検討してみた。次に、振動型を求める時の位相判定と、きれいな形をしていないパワー・スペクトルから減衰定数を求める方法も解決できたので報告する。

II. 解析理論

(1) 振動型の位相判定

任意点 x の変位のパワー・スペクトルを $S_y(\omega)$ 、外力のパワー・スペクトルを $S_f(\omega)$ 、 s 次の固有円振動数を n_s 、利係係数を β_s とすると $\omega = n_s$ において、 s 次の変位モード $Y_s(x)$ は次式で求められる。

$$Y_s(x) \cong \frac{2\beta_s n_s}{\beta_s} \frac{\sqrt{S_f(n_s)}}{\sqrt{S_f(n_s)}} \propto \sqrt{S_y(n_s)} \quad (1)$$

結局、変位モードは $S_y(\omega)$ の平方根に比例することになるが、その値は絶対値である。そこで、各測点の変位 $y(t)$ をフーリエ級数に展開すると次式となる。

$$y(t) = \sum_x (A_i \sin \omega_i t + B_i \cos \omega_i t) \quad (2)$$

いま、 $\omega_i = n_s$ なる s 次の共振時を考えれば、その固有円振動数に対応するフーリエ係数を求めることができる。つまり、 s 次に対応するフーリエ係数と位相角 φ_s は次式で求められる。

$$A_s \sin n_s t + B_s \cos n_s t = \sqrt{A_s^2 + B_s^2} \sin(n_s t + \varphi) \quad \tan \varphi_s = B_s / A_s \quad (3)$$

基準点の位相角と、いま考えている測点の位相角との差より、その測定が基準点に対して同位相か逆位相であるかを判別することができる。

(2) 減衰定数の推定

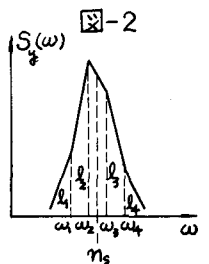
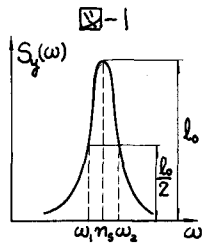
図-1のようにパワー・スペクトルの形がきれいで最大ピーク値が判る場合の s 次の減衰定数 η_s は次で求められる。

$$\eta_s = (\omega_2 - \omega_1) / (2n_s) \quad (4)$$

しかし、各測点のパワー・スペクトルを計算すると図-2のように、最大ピーク値を完全に求められない場合が出てくる。この場合には(4)式は用いられない。パワー・スペクトルと周波数応答関数 $|H(i\omega)|$ の関係は $S_y(\omega) = |H(i\omega)|^2 S_f(\omega)$ であるから、今、 $S_f(\omega)$ を $\omega = n_s$ の近傍で一定であるとすればこの式は次のように表わされる。

$$S_y(\omega) = A_0 |H(i\omega)|^2 = \frac{A}{\{1 - (\frac{\omega}{n_s})^2\}^2 + 4\eta_s^2 (\frac{\omega}{n_s})^2} \quad (5)$$

結局、図-2において、 s 次の固有円振動数 n_s を l_2 と l_3 の高さに逆比例するように ω_2 と ω_3 の両方を分割することにより求め、 $S_y(\omega_1) = l_1$ 、 $S_y(\omega_2) = l_2$ 、-----の関係を(5)式に代入すると A と η_s を未知数とする式が得られる。この式から最小二乗法によって η_s を求めることができる。



Ⅲ. 計算結果

表-1は名護屋大橋の固有振動数である。データ個数(N)の違い、走行時振動の解析結果ととも起振機試験結果と一致している。

表-2は基準点3に対する各測定の位相角を(3)式で計算した結果である。中には90°に近い位相差がみられるが、他はほとんど完全に起振機試験と一致しているといえる。

図-3は(1)式と表-2の関係を使用して計算された名護屋大橋の変位モードである。よく起振機試験と一致しているが、3次において異なるのは基準点3が丁度モードのNodeに近かったための誤差と、スパン中央のヒンジ構造に車の走行時、ショックがいったためであろう。

図-4はピーク値のはっきりしないパワースペクトルがえた場合にWindowをかけた時の変化例である。かなり、きれいな形になるが、変位モード、固有振動数に対してはWindowをかけなくても十分計算出来る。減衰定数に対しては(5)式を使えばWindowをかけなくても求められるが、パワーの1/2をとる(4)式を使用する場合にはWindowをかけると便利となる。

表-3、表-4は(4)、(5)式で求めた減衰定数と起振機試験より求められたものとの比較である。(5)式の方法でもパワーの半分をとる(4)式と同じ程度の精度で求められ、低次における減衰定数はスペクトル解析で起振機試験結果と同様の精度で求められる。

Ⅳ. まとめ

車の走行時振動のような非非常な場合でも十分、スペクトル解析の利用できる。ただ、求めようとする振動数域に含まれる振動数をもつ雑音が混入すると解析が困難となるので注意を要する。減衰定数もパワースペクトルの形が悪くても、(5)式で求めれば、かなりの精度で求められる。減衰定数を求めるためには、データ個数Nが少なすぎると不正確となり、少くともN=2048個、低サイクル中に固有振動数が密集している場合にはパワースペクトルの刻みを小さくする必要がある。N=4096個程度とれば、解析には十分である。

表-1 名護屋大橋固有振動数(%)

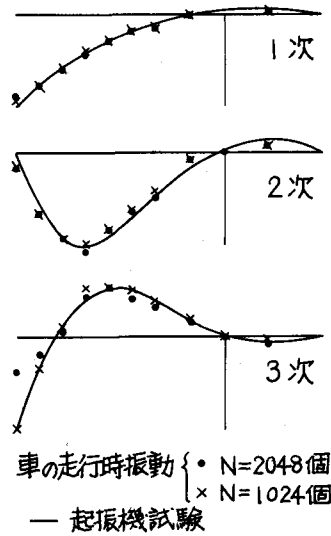
方向	次数	起振機試験	スペクトル解析		
			隔時振動 N=2048	走行時振動 N=1024	走行時振動 N=2048
水平	1	0.79	0.80		
	2	2.22	2.11		
	3	3.16	3.22		
上	1	1.10	1.21	1.10	1.12
	2	2.44	2.50	2.39	2.39
下	3	3.45	3.69	3.47	3.46

表-2 基準点3に対する各測定の位相角(度)
(走行時振動, N=2048個, WINDOW無)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1次	3	1	0	76	3	0	73	3	3	179
2次	9	1	0	19	1	0	8	1	6	179
3次	149	142	0	22	3	3	9	1	2	179
4次	9	2	0	13	180	178	162	175	163	0

符号 +同位相、-逆位相 (上側) スペクトル解析 (下側) 起振機試験

図-3 名護屋大橋変位モード (上下方向)



車の走行時振動 { N=2048個 }
 { N=1024個 }
 — 起振機試験

図-4 高干懸橋梁パワースペクトルのWINDOW変化例

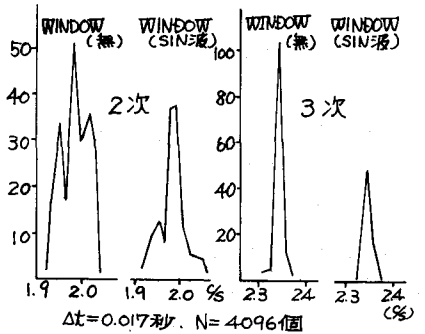


表-3 名護屋大橋減衰定数

方向	次数	車の走行時振動		隔時振動 N=2048	起振機試験			
		N=1024	N=2048		実変位	自由減衰振動		
上	1	2.81	1.84	1.43	1.20	1.40	1.43	1.69
	2	1.73	0.88	0.64	0.46	0.50	0.29	—
	3	0.86	0.53	0.62	0.36	0.45	0.42	—
水平	1					1.29	1.13	1.10
	2					0.61	0.38	—
	3					0.60	1.14	—

注: 1/2 = パワーの半分より算出 (4)式
 = 実法 = 最小=実法より算出 (5)式

表-4 高干懸橋梁減衰定数

次数	スペクトル解析		起振機試験	
	パワーの半分	最小=実法	実変位	自由減衰振動
1次	1.64	1.31	1.22	1.62
2次	1.56	1.30	1.18	1.77
3次	0.63	0.59	0.89	1.91
4次	0.83	0.85	1.31	1.51
5次	0.48	0.32	1.46	1.55

Δt=0.017秒 N=4096個