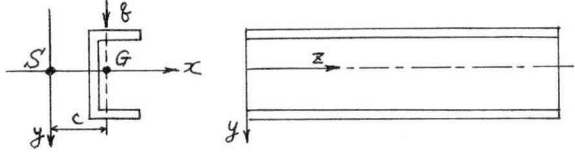


I-220 桁の曲げねじり振動について

名工大 正員 中村卓次

桁の曲げねじり振動について、歩道橋の測定例と、模型桁による載荷実験から、振動数の計算に用いる断面の剛性に関して得られた結果を報告する。

薄形のような軸対称断面のばりが振動を起こすと、曲げとねじりの連成した振動になる。この曲げねじり振動は断面の重心Gと、せん断中心Sとが一致しない場合に起こり、y-z面内の振動を考えると、その方程式は、



$$\left. \begin{aligned} EI_x \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} &= -\frac{A\gamma}{g} \frac{\partial^2}{\partial z^2} (y + c\varphi) \\ GK \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - EI_w \frac{\partial^4 \varphi}{\partial z^4} &= \frac{A\gamma c}{g} \frac{\partial^2}{\partial z^2} (y + c\varphi) + \frac{I_g \gamma}{g} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

ここに、  
 $I_x$ : z軸まわりの断面2次モーメント、  
 $A\gamma$ : 単位長さあたりの重量、  
 $K$ : 純ねじり定数、 $I_w$ : そりねじり定数、  
 $I_g$ : 重心まわりの断面2次極モーメント、

自由振動を考えると、 $y = X \sin pt$ ,  $\varphi = X_1 \sin pt$  を入れ、

$$\left. \begin{aligned} EI_x X'''' &= \frac{A\gamma p^2}{g} (X + cX_1) \\ EI_w X_1'''' - GK X_1'' &= \frac{A\gamma p^2 c}{g} (X + cX_1) + \frac{I_g \gamma p^2}{g} X_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

単純支持の場合、 $z = 0 \leq z \leq l$  で  $y = \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$ 、  
 この条件は、 $X = y_0 \sin \frac{n\pi z}{l}$ ,  $X_1 = \varphi_0 \sin \frac{n\pi z}{l}$  とおけば満足さ

れ、(2)に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} (\omega_n^2 - p^2) y_0 - p^2 c \varphi_0 &= 0 \\ -\lambda p^2 y_0 + (\omega_n^2 - p^2) \varphi_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (3)$$

ここに、  
 $\omega_n^2 = \frac{n^4 \pi^4 g EI_x}{l^4 A \gamma}$        $\omega_n^2 = \frac{g (GK n^2 \pi^2 l^2 + EI_w n^4 \pi^4)}{l^4 \gamma (I_g + A c^2)}$   
 $\lambda = \frac{A c}{I_g + A c^2}$

振動数方程式は、 $(\omega_n^2 - p^2)(\omega_n^2 - p^2) - \lambda p^4 c = 0$  となり、こ

れから、  

$$p^2 = \frac{(\omega_n^2 + \omega_n^2) \pm \sqrt{(\omega_n^2 - \omega_n^2)^2 + 4 \lambda c \omega_n^2 \omega_n^2}}{2(1 - \lambda c)}$$

もし  $c = 0$  なら、せん断中心は重心と一致し、 $p_1^2 = \omega_n^2$ 、  
 $p_2^2 = \omega_n^2$  で、曲げとねじり振動が単独に起こるときの固有振動数である。  
 $c$  が 0 でないとき、 $p^2$  の 2 つの値  $p_1, p_2$  の中で小さい方は  $\omega_n$ 、  
 大きい方は  $\omega_n$  よりも大きく、大きい方は  $\omega_n$  よりも大きい。以下の  
 例では、 $\lambda c = l \frac{GK}{\sqrt{EI_w}}$  は大きく、その影響は無視する。

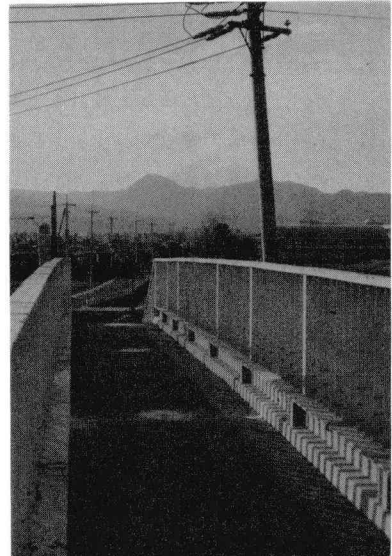


写真-1 横断歩道橋(例-1)の高欄および床版

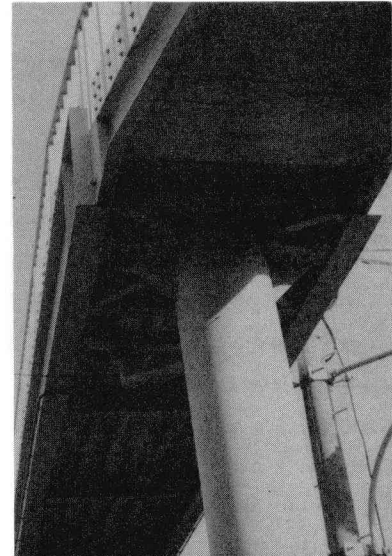


写真-2 横断歩道橋(例-1)床ゲタ・デラキプレート・支柱

歩道橋の振動数を実測した例として、一次振動について表-1の結果がある。

これに対し、慣用設計計算より求めた断面諸元は、

例(1)の場合：

$$\left. \begin{array}{l} \text{主桁} \left\{ \begin{array}{l} \text{上フランジ, } 200 \times 16 \\ \text{腹板, } 768 \times 9 \\ \text{下フランジ, } 200 \times 16 \end{array} \right. \end{array} \right\} \begin{array}{l} A\bar{\gamma} = 6.02 \text{ kg/cm} \\ I_x = 2.65 \times 10^5 \text{ cm}^4 \\ I_y = 28.15 \times 10^5 \text{ cm}^4 \\ GK = 4.385 \times 10^9 \text{ kg-cm}^2 \end{array}$$

これらの数値より振動数を計算すると、

上下動, 4.15 Hz (4.31), ねじれ, 3.49 Hz (7.41) となり、とくにねじれが(実測値)に比べて低い。

例(2)の場合：

$$\left. \begin{array}{l} \text{主桁} \left\{ \begin{array}{l} 200 \times 12 \\ 426 \times 9 \\ 200 \times 12 \end{array} \right. \end{array} \right\} \begin{array}{l} A\bar{\gamma} = 4.98 \text{ kg/cm} \\ I_x = 0.5885 \times 10^5 \text{ cm}^4 \\ I_y = 20.15 \times 10^5 \text{ cm}^4 \\ GK = 4.320 \times 10^9 \text{ kg-cm}^2 \end{array}$$

上下動 7.30 Hz (8.21), ねじれ 7.83 Hz (14.6) となり、実測値と異なり、計算の断面剛性が不足していると考えられる。

そこで、高欄の影響として、高欄断面積の約半分程度の板を、上フランジに加え、床版はデッキプレートの高さにモルタル舗装厚さを加えた、コンクリート床版と求めて直してみた。

例(1) 高欄 (200×9), 床版厚 14cm とした場合、

$$\begin{array}{l} A\bar{\gamma} = 6.89 \text{ kg/cm}, \quad I_x = 3.293 \times 10^5 \text{ cm}^4 \\ GK = 20.70 \times 10^9 \text{ kg-cm}, \quad I_y = 28.44 \times 10^5 \text{ cm}^4 \end{array}$$

上下動 4.32 Hz (4.31), ねじれ 7.51 Hz (7.41)

例(2) 高欄 (200×10), 床版厚 13cm とした場合、

$$\begin{array}{l} A\bar{\gamma} = 5.53 \text{ kg/cm}, \quad I_x = 0.8338 \times 10^5 \text{ cm}^4 \\ GK = 16.50 \times 10^9 \text{ kg-cm}, \quad I_y = 21.45 \times 10^5 \text{ cm}^4 \end{array}$$

上下動 8.24 Hz (8.21), ねじれ 14.8 Hz (14.6)

となり、きわめてよい一致を見た。

しかし、床版厚をこのように大きくすることに疑問があり、写真-3, 4 のような、桁模型に載荷実験を行った。波板のみの場合と、モルタル舗装をした場合の断面剛性を、応力と変形の測定値から逆算してみたところ、上記の補正は適当であることが確かめられた。とくに、GKが大きくなることがわかった。

模型の寸法は、支間 200cm, 主桁心々 50cm,

主桁 100×50×5×7, 床桁 2[40×20×16]を 50cm 間隔、床はキーストンプレート (1.2mm), 鋼 60kg, モルタル 60kg, 幅の 1/2 点に載荷した場合、8.2cm で写真-5 の変形。

表-1 振動数測定例 (Hz)

| 例   | 支間 (cm) | 上下動  | ねじれ  | 階段取付   |
|-----|---------|------|------|--------|
| (1) | 19.0    | 4.31 | 7.41 | 橋軸方向   |
| (2) | 10.3    | 8.21 | 14.6 | 橋軸直角方向 |

床版についてはデッキプレートの  $I_x = 1205 \text{ cm}^4$  のみを、 $I_y$  は舗装コンクリート、床桁等を厚さ 22mm の鋼板として求めた値である。

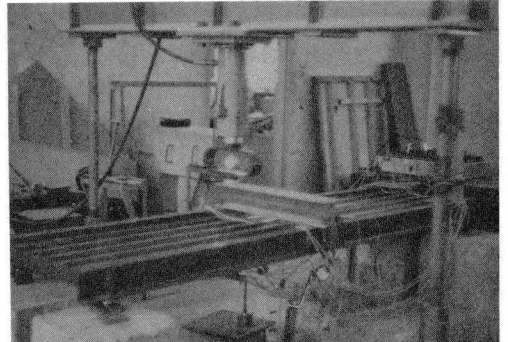


写真-3 舗装前の模型桁の載荷実験

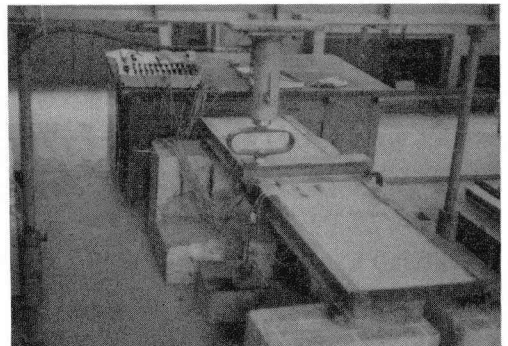


写真-4 舗装後の模型桁測定状況

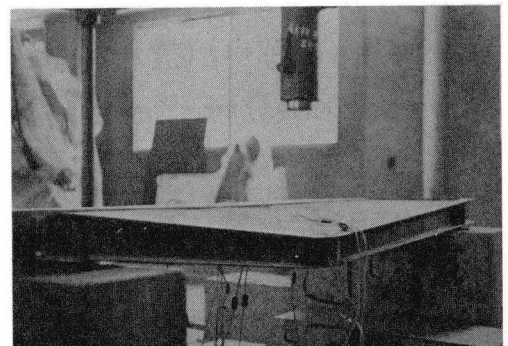


写真-5 偏心載荷による最終変形