

佐世保重工○五反田 道  
九州大学 吉村 虎蔵  
佐世保重工 宮村 重範

まえがき

本文は、補剛桁とアーチを単位構造に分け、これを結合して補剛アーチ橋の面外振動・面外座屈を解析する一手法を示すもので、取扱うマトリックスの次数が中間節点の数と同じで、小さくつすむ利点がある。なお、理論においては、逆ランガー橋の振動についてのべるが、下路の場合・座屈の場合についても、全く同様な手法で解析することができる。

1 理論

図-1に示す単支間の逆ランガー橋を考える。第*i*断面の上格点には格点死荷重  $W_i$  が作用し、死荷重モーメント  $M_i$  を生じており、下格点には不静定水平力  $H$  に相当する軸力を生じてつりあっているものとする。いま、第*i*断面に図-2に示すような微小変形をあたえ、この間、荷重および断面力は変化しないとすると、 $W_i, M_i, H$  はこの変形に関与する成分を持つようになる。これら成分の大きさは、例えば図-3のように、階差式を用いて求めることができる。つぎに、アーチと支柱を切離し、切断面に自己つり合い力  $q_i, r_i$  を導入する。以上により第*i*断面の上格点に作用する*x*方向外荷重を  $X_{ui}$ 、*α*<sub>i</sub>方向外力 捩りモーメントを  $T_{ui}$  とすれば

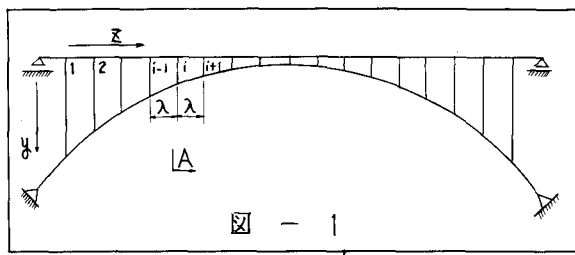


図 - 1

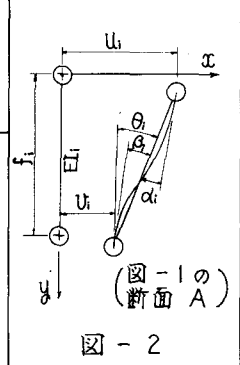


図 - 2 (図-1の断面 A)

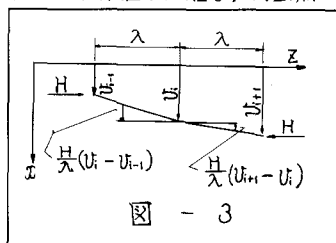


図 - 3

$$X_{ui} = P_i + W_i(\theta_i - \alpha_i) \dots \dots \dots \textcircled{a}$$

$$T_{ui} = f_i \cdot q_i + r_i - \frac{M_i}{\lambda}(2u_i - u_{i-1} - u_{i+1}) \dots \dots \textcircled{b}$$

ここに、 $P_i$ は振動による慣性力である。 $r_i$ は、曲げおよび捩れについての回転慣性力は無視できるものとする。一方、補剛桁の*x*方向捩みの影響係数を  $\bar{U}_{ij}$ 、 $\alpha_i$ 方向の捩れ角の影響係数を  $A_{ij}$  とすれば

$$u_i = \sum_{j=1}^n \bar{U}_{ij} \cdot X_{uj} \dots \dots \textcircled{c} \quad \alpha_i - \theta_i = \sum_{j=1}^n A_{ij} \cdot T_{uj} \dots \dots \textcircled{d}$$

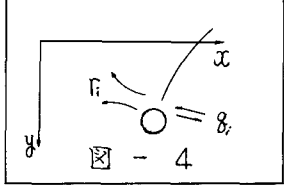


図 - 4

②③④を①へ代入して、 $q_i \cdot r_i$  と  $\alpha_i \cdot \beta_i$  および  $\theta_i$  と  $u_i$  の関係を用い、全格点について示すと

$$K_{11} \cdot u + K_{12} \cdot \alpha + K_{13} \cdot \theta + K_{14} \cdot \beta = P \dots \dots \textcircled{1}$$

$$K_{21} \cdot u + K_{22} \cdot \alpha + K_{23} \cdot \theta + K_{24} \cdot \beta = 0 \dots \dots \textcircled{2}$$

ここに、 $K_{11} = \bar{U}_i^{-1} - W F^{-1}$  ,  $K_{12} = W \bar{I} + 6 F^{-1} G$  ,  $K_{13} = W F^{-1}$  ,  $K_{14} = 6 F^{-1} G$  ,  
 $K_{21} = A_2 / \lambda - F^{-1}$  ,  $K_{22} = \bar{I} - 4 A_1 \cdot G$  ,  $K_{23} = F^{-1}$  ,  $K_{24} = 2 A_1 \cdot G$   
 $G$  :  $E I_i / f_i$  を対角に並べたマトリックス ,  $\bar{I}$  : 単位マトリックス ,  $P$  :  $P_i$  の列ベクトル  
 $u, \alpha, \theta, \beta$  : それぞれ  $u_i, \alpha_i, \theta_i, \beta_i$  の列ベクトル ,  $U_1, A_1$  : それぞれ  $\bar{U}_{ij}, A_{ij}$  の正交マトリックス  
 $F, M$  : それぞれ  $f_i, M_i$  を対角に並べたマトリックス ,  $A_2 = 2 A_1 \cdot M_1 - A_3 \cdot M_2 - A_4 \cdot M_3$

$A_3, A_4: A_1$  の各列をそれぞれ前・後に1つずらし, 第  $n-1$  列に0を入れたマトリックス,  $M_2, M_3: M_1$  の各要素をそれぞれ前・後に1つずらし, 第  $n-1$  要素に0を入れたマトリックス  
第  $i$  節面下格点についても同様に

$$K_{32} \cdot \alpha + K_{33} \cdot U + K_{34} \cdot \beta = 0 \quad \dots \dots \textcircled{3}$$

$$K_{41} \cdot U + K_{42} \cdot \alpha + K_{43} \cdot U + K_{44} \cdot \beta = 0 \quad \dots \textcircled{4}$$

ここに,  $K_{32} = 6V_1 \cdot F^{-1} \cdot G - 2T_1 \cdot G$ ,  $K_{33} = -I + \frac{H}{\lambda} \cdot V_2$ ,  $K_{34} = 6V_1 \cdot F^{-1} \cdot G - 4T_1 \cdot G$   
 $K_{41} = F^{-1}$ ,  $K_{42} = 6T_5 \cdot F^{-1} \cdot G - 2B_1 \cdot G$ ,  $K_{43} = -(\frac{H}{\lambda} T_4 + F^{-1})$ ,  $K_{44} = -(6T_5 \cdot F^{-1} \cdot G + 4B_1 \cdot G + I)$ ,  
 $V_1, T_1, T_5$ ; それぞれ  $\bar{v}_{ij}, t_{ij}, \bar{t}_{ij}, b_{ij}$  の正方マトリックス,  $\bar{v}_{ij}, t_{ij}, \bar{t}_{ij}, b_{ij}$ : それぞれ,  $\alpha$ - $\eta$  の  $x$  方向荷重による  $x$  方向撓みの,  $x$  方向荷重による  $\beta_i$  方向捻れ角の,  $\beta_i$  方向トルク荷重による  $x$  方向撓みの,  $\beta_i$  方向トルク荷重による  $\beta_i$  方向捻れ角の影響係数,  $V_2 = 2V_1 - V_3 - V_4$ ,  
 $T_4 = 2T_5 - T_5 - T_6$ ,  $V_3, V_4: V_1$  の各列をそれぞれ前・後に1つずらし, 第  $n-1$  列に0を入れたマトリックス,  
 $T_5, T_6: T_5$  の各列をそれぞれ前・後に1つずらし, 第  $n-1$  列に0を入れたマトリックス

①~④をまとめて, マトリックスで示せば

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ 0 & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ \alpha \\ \beta \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \textcircled{5} \quad \text{またはこれを分割して} \quad \begin{bmatrix} K_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \textcircled{5'}$$

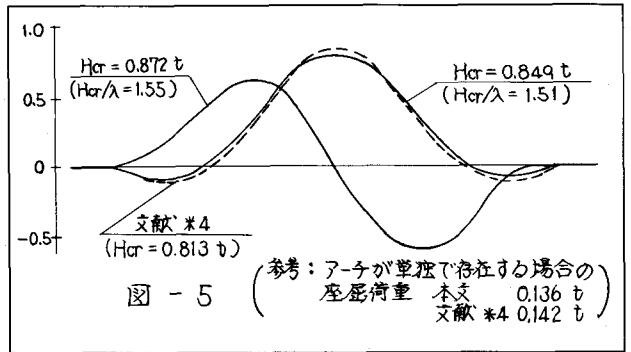
⑤より  $d$  を消去し,  $R = -\frac{W}{g} \ddot{u}_i = \omega^2 \frac{W}{g} u_i$  の関係を入れれば.

$$\{ (K_{11} - L_{22}^{-1} \cdot L_{21}) - \omega^2 \frac{W}{g} I \} U = 0 \quad \dots \textcircled{6}$$

⑥より固有振動数  $\omega$  およびモードベクトル  $U$  を求めることができる。また, 求められた  $\omega, U$  を⑤に代入すれば,  $\alpha, U, \beta$  のモードベクトルが求められる。

## 2 数値計算例

前節にのべた理論を用いて電算プログラムを作成した。まず, 本文の解析式およびプログラムを照査する意味で, 文献\*4のシングルロード下路ランガ-橋の諸元をデータとして数値計算を行った。出力された1次と2次の座屈固有値と固有モードを図-5に示す。文献\*4には1次のみが計算されていたのでこれを併記した。図-5より, 文献\*4と本文の値は, 誤差わずか数%で一致していることがわかる。



## おまじ

補剛アーチ橋の面外固有振動および面外座屈を同一手法で解析する方法を提案するとともに, 一つの計算結果を, モノコードランガ-水管橋について示し, 吊材および補剛桁の剛性が, 座屈荷重に大きな影響力を持つことを確認した。最後に, 本研究に対し御好意と御助言をあたえられた佐世保重工鉄構部高村次長に謝意を表します。

参考文献 \*1 倉西 "アーチ橋のねじれ座屈について" 土木学会論文集 75号, \*2 深沢 "軸圧縮力をうける円拱アーチの曲げねじれ座屈に関する研究" 同96号, \*3 崎山ほか "横材で補剛されたアーチの面外座屈について" 同191号, \*4 大坂ほか "シングルロードランガ-橋の橋脚座屈" 三菱技報 5-6, \*5 後藤 "連続曲線箱桁の解法" 土木技術 17-1