

京都大学工学部 正員 小西一郎  
 京都大学工学部 正員 白石成人  
 京都大学大学院 学生員 谷口栄一

1. まえがき

吊橋の耐風性を考える場合、自然風は乱れを含んだ流れであるため、風の乱れ成分に起因する吊橋補剛桁の動的応答を考慮しなければならない。本報告においては、本州四国連絡橋の明石海峡に計画中の長大吊橋（中央径間1880m）を対象として、風の鉛直方向の乱れ成分に対する補剛桁の動的応答に関して数値計算を行ない、カナダのA.G.Davenportの提案した方法と比較し、若干の検討を加える。

2. 補剛桁に作用する非定常揚力の算定

振動状態にある構造断面が、不規則流中におかれたとき、風の鉛直変動成分により、単位長さ当りに生ずる揚力は次式で表わされる。

$$L(t) = \frac{1}{2} \rho \left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_{D_0} \right)_{dyn} \bar{U} D v(t) \tag{1}$$

ただし  $\rho$ : 空気密度、 $C_L$ : 揚力係数、 $C_{D_0}$ : 抗力係数、 $\bar{U}$ : 平均風速、 $D$ : Deck 幅員、 $v(t)$ : 風の鉛直変動成分 (1) 式の  $\left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_{D_0} \right)_{dyn}$  が近似的に  $\left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_{D_0} \right)_{static}$  に等しいとするのが準定常空気力理論であるが、一様流中での RT-1 模型（本州四国連絡橋のトラス補剛断面の一葉模型）に関する、自由振動法による風洞実験より  $H_1^*$  (注) を求めれば、図1に示されるように  $\left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_{D_0} \right)_{static}$  を用いた値（実線）と実験値（白丸）には、かなりの違いが見られる。(注)  $H_1^* = \frac{m}{\rho b^2 \omega} H_2$ ,  $H_2$ : 振動方程式  $\ddot{x} + 2\zeta \omega \dot{x} + \omega^2 x = H_2 \dot{x}$ ,  $b = \frac{D}{2}$ ,  $m$ : 質量) ただし  $H_1^*$  と換算風速  $U/b\omega$  の間には

$$H_1^* = \left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_{D_0} \right) U/b\omega \tag{2}$$

の関係があり、静的空気力測定より迎え角  $\alpha = 0^\circ$  において  $\frac{dC_L}{d\alpha} = 2.955$ ,  $C_{D_0} = 0.370$  の値を求めて  $\left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_{D_0} \right)_{static} = 3.325$  とした。

また図2は、図1より求まる動的係数  $\xi(r)$

$$\xi(r) = \left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_{D_0} \right)_{dyn} / \left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_{D_0} \right)_{static} \tag{3}$$

を縦軸にとり横軸に  $1/r$  をとったものである。(ただし  $r = b\omega/U$ ; 換算振動数) 図中に参考のために、平板に対する理論的動的係数である Theodorsen 関数の絶対値  $|C(r)|$  を示したが、トラス補剛断面 RT-1 の動的係数は、 $|C(r)|$  と似た傾向を示すことが知られる。この点においてトラス補剛桁は、平板状構造物に類するものと考えることができる。

3. 不規則外力による吊橋補剛桁の強制振動

補剛桁の鉛直たわみおよびねじれの変位をそれぞれ次のように仮定する。

$$\eta(x, t) = \sum_r \eta_{\eta r}(t) \Phi_{\eta r}(x) \tag{4}$$

$$\varphi(x, t) = \sum_r \varphi_{\varphi r}(t) \Phi_{\varphi r}(x) \tag{5}$$

ただし  $\eta_{\eta r}$ : たわみの  $r$  次の一般座標  
 $\varphi_{\varphi r}$ : ねじれの  $r$  次の一般座標  
 $\Phi_{\eta r}$ : たわみの  $r$  次の振動モード  
 $\Phi_{\varphi r}$ : ねじれの  $r$  次の振動モード

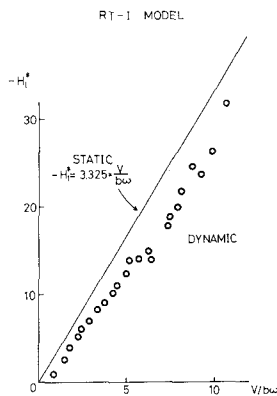


図1 空気力係数  $H_1^*$

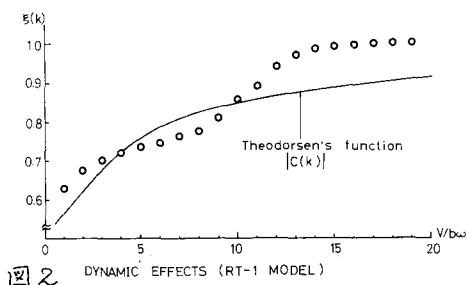


図2

不規則に変動する風が吊橋補剛桁に作用する場合、変動風速のパワースペクトル密度  $S_v(n)$  と応答のパワースペクトル密度  $S_\eta(n)$ ,  $S_\phi(n)$  の間には次のような関係がある。(1)

$$S_\eta(n) = \sum_f [|\tilde{H}_{\eta_r}(n)|^2 |J_{\eta_r}(n)|^2 |X_A(k)|^2 \left\{ \frac{1}{2} \rho \left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right)_{\alpha=0}^{static} \bar{U} \right\}^2 S_v(n) \bar{\Phi}_{\eta_r}^2(x) \quad (6)$$

$$S_\phi(n) = \sum_f [|\tilde{H}_{\phi_r}(n)|^2 |J_{\phi_r}(n)|^2 |X_A(k)|^2 \left\{ \frac{1}{2} \rho \left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right)_{\alpha=0}^{static} \bar{U} \right\}^2 S_v(n) \bar{\Phi}_{\phi_r}^2(x) \quad (7)$$

ここに  $|\tilde{H}_{\eta_r}(n)|^2, |\tilde{H}_{\phi_r}(n)|^2$ : Dynamic Magnification  
 $|J_{\eta_r}(n)|^2, |J_{\phi_r}(n)|^2$ : Joint Mode Acceptance  
 $|X_A(k)|^2$ : Aerodynamic Admittance

Aerodynamic Admittance は、A.G. Davenport の提案した式に動的効果を考慮して

$$|X_A(k)|^2 = \left\{ \xi(k) \right\}^2 \frac{2D^2}{(7\beta)^2} \left\{ 7\beta - 1 + e^{-7\beta} \right\} \quad (8)$$

で表わされる。(  $\beta = nD/\bar{U}$  )

また Joint Mode Acceptance は次式で与えられる。

$$|J_{\eta_r}(n)|^2 = \frac{\iint R(x, x', n) \bar{\Phi}_{\eta_r}(x) \bar{\Phi}_{\eta_r}(x') dx dx'}{\left\{ \iint \bar{\Phi}_{\eta_r}^2(x) dx \right\}^2} \quad (9)$$

ここに  $R(x, x', n)$  は又地点  $x, x'$  の風速変動の Cross Correlation Coefficient であり、近似的に次のように表わされる。

$$R(x, x', n) = \exp \left( - \frac{\lambda n |x - x'|}{\bar{U}} \right) \quad (10)$$

#### 4. 数値計算

今回の計算方法が、従来提案されている A.G. Davenport の方法と異なっている点は次の2点である。まず第1に、補剛桁に作用する非定常揚力の算定に際して、空気力係数として  $\left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right)_{\alpha=0}^{static}$  ではなく  $\left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right)_{dyn}$  を用いたことである。このことは動的効果として Aerodynamic Admittance に影響している。第2に A.G. Davenport は (10) 式の入の値として主流方向にも主流直角水平方向にも  $\lambda$  という値を用いているが、C.C. Chuen 等の報告によれば強風時における主流直角方向に入の値は  $20 \sim 40$  になるようである。しかし、該当する地点の局所的な地形等にも影響されることが考えられ、さらに現段階では自然風の観測データが不足しているために、今回の計算においては入値はパラメータとした。また補剛桁の各モードの減衰比も不明であるのでパラメータとした。

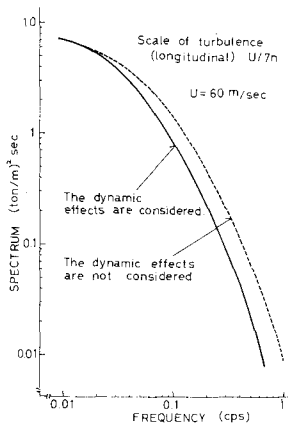


図5 揚力のパワースペクトル密度

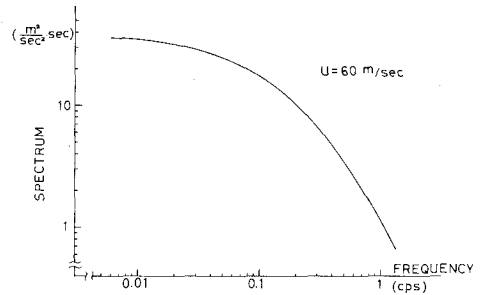


図3 風の鉛直変動成分のパワースペクトル密度

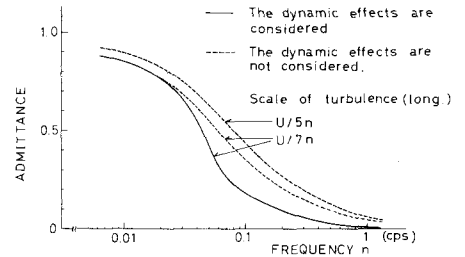


図4 Aerodynamic Admittance

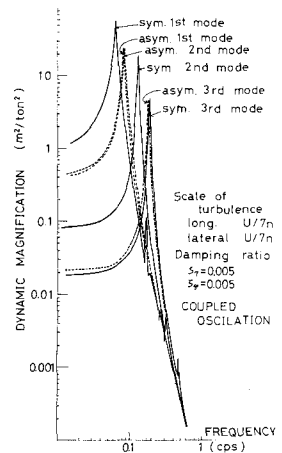


図6 Dynamic Magnification

5. 計算結果および検討

入力としての風の鉛直方向の乱れ成分のパワースペクトル密度としてはPanofskyの提案した式を用いた。

(図3) 図4はAerodynamic Admittanceを示しているが、振動数が0.02 cps以上において、動的効果を考えるとAdmittanceの値がかなり小さくなることが知られる。このように空気力の算定に大きな影響をおよぼす動的効果を無視している点にA.G.Davenportによる計算値が予想外に大きくなりすぎる一つの原因があるものと考えられる。同様のことが図5に示した場力のパワースペクトル密度についても言える。図6は、たわみに対するDynamic Magnification  $|H_{qn}(x)|^2$ を示しており、たわみ・ねじれの各振動モードの固有振動数のところでピークを持っているが、ねじれの固有振動数のところのピークは、たわみの固有振動数のところのピークに比べてかなり小さい値になっている。(ただしこの特性は、風速がフラッター限界風速よりかなり小さい場合について成立する。)

Joint Mode Acceptanceは図7に示されているが、振動数が0.1 cps以上では振動モードが異なっても値に変化がみられない。また乱れのスケール  $(L = \int_0^M R(x, x', n) dx - x')$  が小さくなるとJoint Mode Acceptanceも小さくなる傾向がみられた。図8に示されるのは、平均風速60 m/secの時の吊橋補剛桁中央径間の中央点における、たわみのパワースペクトル密度であるが、対称1次、対称2次、対称3次モードの固有振動数のところでピークが現われている。

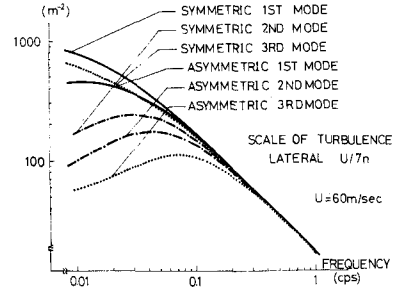


図7 Joint Mode Acceptance

図9、10が最終的なたわみ・ねじれの応答の分散値であるが、空気力係数に動的効果を考慮し、橋軸方向(即ち主流直角水平方向)の乱れのスケールを $U/7n$ ではなく $U/30n$ とすることによって、たわみ・ねじれの分散値は、A.G.Davenportの方法と比較して約半分の値となる。ただし、ねじれの場合には乱れのスケールよりも空気力係数の動的効果の方が大きく影響を与えている。また減衰比を0.01から0.002まで変化させたが、応答の値にはほとんど変化が見られなかった。

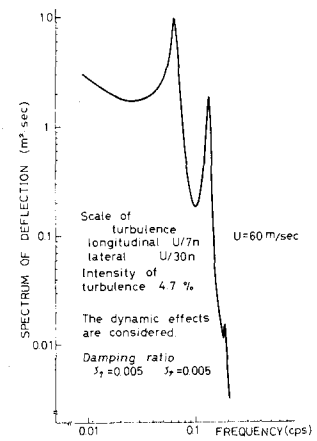


図8 たわみのパワースペクトル密度

最後に資料を提供していただいた本州四国連絡橋公団に感謝の意を表します。また協同研究者を以下に示す。

京都大学橋梁研究室 松本勝, 北川賢一, 竹居重男, 小前繁  
参考文献 (1) 京都大学橋梁工学研究室: 長大吊橋に関する動的耐風設計法の研究, 1973

(2) A.G. Davenport: A Statistical Approach to the Treatment of Wind Loading on Tall Masts and Suspension Bridges, 1961

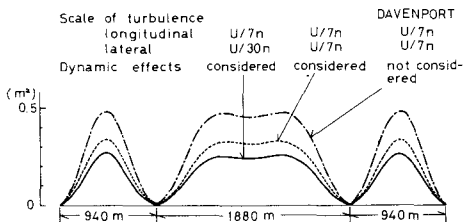


図9 たわみの分散値 ( $\bar{U}=60\text{m/sec}$ ,  $\frac{U}{\sigma}=4.7\%$ )

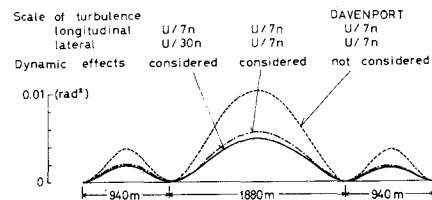


図10 ねじれの分散値 ( $\bar{U}=60\text{m/sec}$ ,  $\frac{U}{\sigma}=4.7\%$ )