

鳥取大学工学部 正 員 〇神部俊一
鳥取大学工学部 正 員 田中久三

1. まえがき

桁軸線に沿って捩り率 ψ が揃わぬのがために生ずる二次せん断変形のうち、桁軸方向の変位成分のみを考慮すると ψ によって導かれた曲げ捩り理論には、S. U. Bencsoter¹⁾ の型式と、式の誘導過程に若干の差異はあるが R. Heilig, W. Grape, K. Roik & G. Sedlacek 等による型式とがある。著者の一人は、既に Heilig 型式の理論を円弧曲線箱桁に適用できるように拡張した。Bencsoter 型式の理論の拡張は R. Dabrowski によつて行われたいが、それは鉛直軸に関して対称な単室断面を有する箱桁を対象としたものである。しかるに、かくくは Bencsoter 型式の理論が任意形状の断面を有する箱桁の場合にも拡張できるように示し、次いで、二次せん断変形に関連のある二つの型式の断面定数の間に等式が成立することを示す。

2. Bencsoter 型式の理論の概要

とり変位 U は、St. Venant のとり関数 $w(s)$ と或る未知の関数 $\chi(\theta)$ との積で表わされると仮定する。即ち

$$U = -w(s) \chi(\theta) \tag{1}$$

断面の変位場が平直保角の強剛に属するものと、このとり変位との重ね合せによつて定まるものとすれば、薄板要素の面内に生ずるせん断歪み γ は、桁軸線の捩り率 ψ を用いて次式で表わされる。

$$\gamma = \frac{R}{\rho} r \psi_x + \rho \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{U}{\rho} \right) \tag{2}$$

(1) 式を (2) 式に代入し、 w についての既知の表示式を考慮すれば、 χ に対するせん断歪みは

$$\gamma = G_s \left\{ \frac{R}{\rho} r \frac{t}{n_g} (\psi_x - \chi) + \frac{R^2}{\rho^2} \chi_s \right\} \tag{3}$$

となり、従つて捩りモーメント T_x は次式で求まる。

$$T_x = G_s J_c (\psi_x - \chi) + G_s J_T \chi \tag{4}$$

かくく、 J_c 、 J_T はそれぞれ断面二次極モーメント、捩り定数であつて次の関係が結ばれている。

$$J_c = J_T + R^2 \int_F \left(\frac{\rho}{R} \right)^3 \left\{ \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\omega}{\rho} \right) \right\}^2 \frac{t}{n_g} ds \tag{5}$$

かくく T_x を ψ_x と χ とに関連づけるもう一つの式を Galerkin 法を適用するとによつて求める。

すなわち、薄板の微小要素に関する平衡条件式に w を乗じて全断面積 ω をわかつて積分すると

$$\int_F \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} (\omega t) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial s} (\rho^2 \gamma) \right\} \omega ds = 0 \tag{6}$$

垂直応力度 σ_θ を曲率成分で表示した既知の式と (3) 式とを (6) 式に代入し、 w に関する直交条件と (4) 式とを考慮して整理すれば結局次式を得る。

$$E_s C_\omega \frac{1}{R^2} \frac{d^2 \chi}{d\theta^2} - G_s J_T \psi_x = -T_x \tag{7}$$

かくく C_ω は曲げ捩り定数である。

曲げ捩りモーメント M_ω は定義に基づいて次式で表わされる。 $M_\omega = -E_s C_\omega \frac{1}{R} \frac{d\chi}{d\theta}$ (8)

(4)、(7)、(8) 式から χ と ψ_x とを消去すれば、次の曲げ捩りの基本方程式が最終的に得られる。

$$\frac{d^2 M_\omega}{d\theta^2} - \eta^2 M^2 M_\omega = \eta^2 R_s \frac{dJ_x}{d\theta} \quad (9)$$

ここに $\eta^2 = 1 - \frac{J_T}{J_c} \quad (10) \quad \lambda^2 = R^2 \frac{G_s J_T}{E_s C_\omega}$ (11)

Heilig 型式の理論では、次式で定義される η が η と λ として知られる。

$$\eta^2 = \frac{\nu}{1+\nu} \quad (12)$$

ただし $\frac{1}{\nu} = R^3 \frac{J_T}{C_\omega} \int_F (\tilde{q}_\omega - S_\omega)^2 \frac{1}{\rho^3} \frac{n q}{t} ds$ (13)

3. 断面定数 η, λ に関する不等式

(5), (10) 式を考慮して $\frac{J_c}{J_T} - 1 = \frac{1}{1-\eta^2} - 1 = \sum_i \int_{i, i+1} f(s)^2 ds$ (14)

とおき、さらに $\frac{1}{\nu} = \sum_i \int_{i, i+1} g(s)^2 ds$ (15)

とおくと次式が成立する $\sum_i \int_{i, i+1} f(s)g(s) ds = 1$ (16)

(14), (15) 式に順次 Schwartz の不等式を適用し、(16) 式を考慮すれば次の不等式が成立する $\sum_i \int_{i, i+1} f(s)^2 ds \sum_i \int_{i, i+1} g(s)^2 ds \geq 1$ (17)

従って(14), (15) 式から明らかに $\eta \geq \lambda$ (18) が成立する。

4. 数値計算例

数種類の箱形断面 λ について求めた断面定数 η, λ の値を図-1 に示す。図-1 は矩形断面 λ についてその縦横比を変えた場合 λ と η とがどのような変化するかを示したものである。これらから η の断面定数 λ と η の値の間には大きな差異が認められなくとが分かる。

5. 不可成

$\eta \geq \lambda$ なる関係式を理論的に導くことは可能であるが、これら断面定数の定量的な評価を行なうには数値計算を実施せざるを得ない。計算例からはいずれの理論を用いてもその差異はわかむとが分かる。

参考文献

1) S.U. Bencoscer: A Theory of Torsion Bending for Multicell Beams., J. of App. Mech. Vol. 21, NO. 1, Mar., 1954

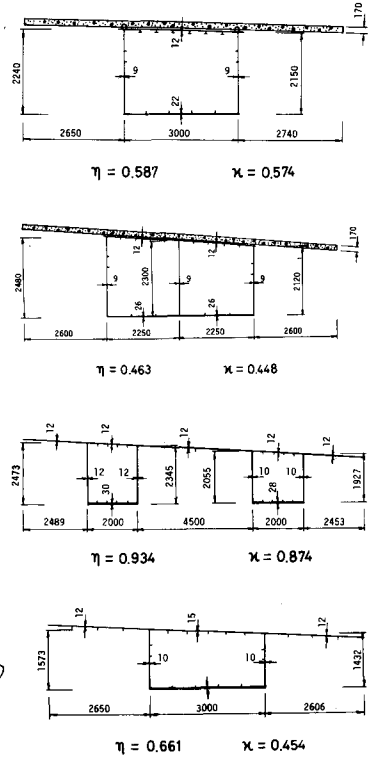


図-1

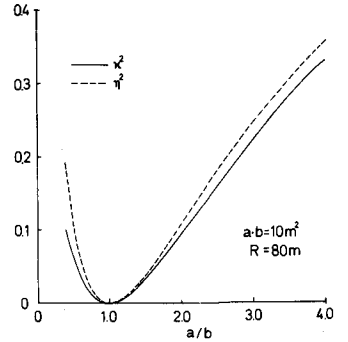


図-2 二次セル断面形に関する断面定数(無次元)