# I-170　箱型梁の性状研究

住友重機械工業　正員　北原俊男

## 1．まえがき

帯板要素に分割して行なう構造解析は，長短形板よりなる構造に対して大変利用効果が大きいことはすでに，多くの文献によって示されている。すなわち，箱桁の断面変形，箱桁の隔壁に関する問題，多主桁版桁橋の版と骨組桁の合成構造等の解析に適していると考えられる。この手法は，一般に言われる有限要素法と異なり経済的に比較的安いので，橋梁構造のように設計コストの安い構造を対照とする場合は一定以上の信頼性さえ保つならば経済性の面からも利用効果が大きいと考える。このような観点から，今回は帯板要素の平面保持と精度について仮定式の検討と箱桁梁による数値検討，および帯板要素を利用する手法は板の面内変形と面外変形の直交性が仮定出来るので面外剛性を増加したとき箱桁に生ずる性状について報告する。

## 2．平面保持と精度の関係

2・1．平面保持と釣合条件；Fig.1を参考に考察を加える。なお，ここに述べられない基礎的仮定その他については関係文献を参照して下さい。

Fig.1に示す帯板要素は次の境界条件を満足するものとする。

$$x=0 \rightarrow u=u_i \quad , v=v_i \quad -(1) \qquad y=0 \text{ and } y=l$$
$$x=b \rightarrow u=u_j \quad , v=v_j \quad -(2) \qquad \rightarrow u=0 \quad , \sigma_y=0 \quad -(3)$$

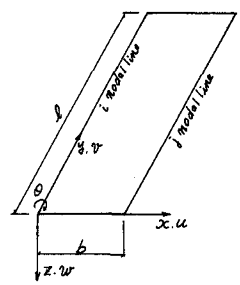


Fig.1 帯板要素と記号の関係

このような条件を満足する変位式としてフーリエ級数を用いて，

$$\left.\begin{aligned} u(x,y) &= \sum_{m=1,2\cdots r}\left[\left(1-\frac{x}{b}\right)u_{im}+\left(\frac{x}{b}\right)u_{jm}\right]\sin\frac{m\pi}{l}y \\ v(x,y) &= \sum_{m=1,2\cdots r}\left[\left(1-\frac{x}{b}\right)v_{im}+\left(\frac{x}{b}\right)v_{jm}\right]\cos\frac{m\pi}{l}y \end{aligned}\right\} \quad -(4)$$

と仮定できる。なお，$u_i=\sum u_{im}$　，$v_i=\sum v_{im}$　を示す。次に任意点の歪と応力について示す。

$$\epsilon = \begin{bmatrix}\epsilon_x\\ \epsilon_y\\ \gamma_{xy}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{\partial u}{\partial x}\\ \frac{\partial v}{\partial y}\\ \frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\end{bmatrix} \quad -(5)$$

$$\sigma = \begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{E}{1-\nu^2} & \frac{\nu E}{1-\nu^2} & 0\\ \frac{\nu E}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0\\ 0 & 0 & G\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\epsilon_x\\ \epsilon_y\\ \gamma_{xy}\end{bmatrix} \quad -(6)$$

(4)式はBeam Theoryで仮定される平面保持の法則を満足している。また，(6)式は2次元弾性論における平面応力状態の歪と応力の関係を表わす式である。この両者は理論的に整然としていて，疑問の余地などないかのように思われるが，ここで釣合条件の検討を行ってみる。物体力は無視すると次のようになることは明らかである。

$$\partial\sigma_x/\partial x + \partial\tau_{xy}/\partial y = 0 \quad , \quad \partial\tau_{xy}/\partial x + \partial\sigma_y/\partial y = 0 \quad — (7)$$

である。

(7)式を満足するような(4)式に相当する解は $u(x,y)=\sum U(x)\sin\frac{m\pi}{l}y$, $v(x,y)=\sum V(x)\cos\frac{m\pi}{l}y$ を(7)式に代入して，偏微分方程式を解くことによって与えられる。すなわち

$$\left.\begin{aligned} u(x,y) &= \sum\left[A_1\cosh\frac{m\pi}{l}x + A_2\sinh\frac{m\pi}{l}x + A_3\frac{m\pi}{l}x\cosh\frac{m\pi}{l}x + A_4\frac{m\pi}{l}x\cdot\sinh\frac{m\pi}{l}x\right]\sin\frac{m\pi}{l}y \\ v(x,y) &= \sum\left[B_1\cosh\frac{m\pi}{l}x + B_2\sinh\frac{m\pi}{l}x + B_3\frac{m\pi}{l}x\cosh\frac{m\pi}{l}x + B_4\frac{m\pi}{l}x\cdot\cosh\frac{m\pi}{l}x\right]\cos\frac{m\pi}{l}y \end{aligned}\right\} \quad -(8)$$

(4)と(8)式を比較してみれば，(4)式をもって(7)式を満足させることが出来ないのは明らかである。その結果として，(4),(5),(6)式を持って最少エネルギー原理等で変位と力の関係を求め，各nodal lineでの力の釣り合い，または変位の連続性から帯板要素分割によって構造解析を行うことは(7)式の条件を満足できない量だけ誤差を含むことになると考える。しかし，折板理論と言われる手法は(4)式の変位分布を仮定して，Beam

Theory的立場から，力と変位の関係を定式化して，かなり信頼性の高いデータを多くの文献によって提供している。この理論の考え方は(6)式のpoisson's ratio $\nu=0$として仮定したのと同じと著者は思う。そこで以下において両者の比較検討を数値計算を用いて示す。

2・2　数値計算による検討；2・1で面内変形または面内応力についてのみ述べたが，以下の計算においては面外曲げ変形に対して $I=t^3/12$ の剛度で抵抗するものと考え考察を行う．

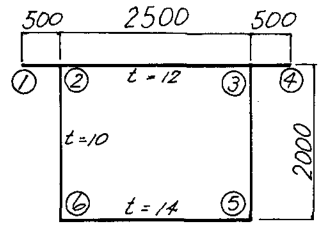


Fig.2 数値計算用横断面

数値計算に使用した横断面はFig・2に示す形状を持った箱型梁である。なお帯板要素はFig・2の①－②，②－③，----と分割した。Fig・3は偏載等分布荷重1 t/mが作用しているとき，(6)式のpoisson's ratioが応力($\sigma_y$)にどのように影響するか検討したものである。(5),(6)式より明らかであるが，$\nu=0$とした場合は要素間で応力が連続になる。逆に$\nu=0.3$とした場合はFig・3に示すように要素間で応力が不連続になる。このような性状は有限要素法と言われる手法で構造解析を試みたとき現われる性状と同質のものであり，その原因は2・1に指摘した点，さらには平面応力面の仮定で立体的構造を解析しようとした点にあるものと判断してよいであろう。このような応力の連続性に問題点を持つ手法よりも，$\nu=0$すなわちBeam Theory的手法で解析することは弾性論的には厳密解でないけれども，外力による曲げモーメントと$\oint \sigma_z \cdot z \cdot dA$は等しく，橋梁構造のようなものに対しては今日までの工学的裏付けも多く，信頼性は高いものと考える。著者は，許容応力度設計法にて設計を行っている今日では(6)式で$\nu=0$として式の展開を行って十分であると判断する。

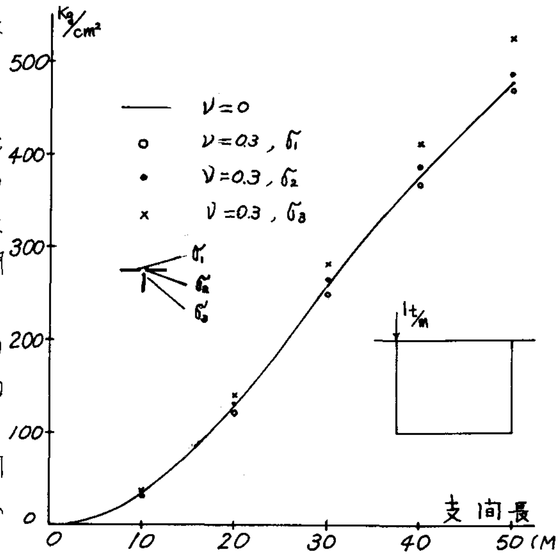


Fig.3 支間中央の②点の応力検討図

3．面外剛性について

帯板要素に分割して行う手法は板の面内変形と面外曲げ変形は直交条件が成立すると一般には仮定する。このことは面外曲げ剛性を変えても面内応力の$\oint \sigma dA$に変化を生じさせないことを意味する。そこで箱型梁の横リブまたはスティフナーによる曲げ剛性増加が断面変形にどの程度影響するか換算板厚の変化によって調べることができると考える。Fig・4は換算板厚（曲げ剛性増加）と応力の関係を示した一例である。

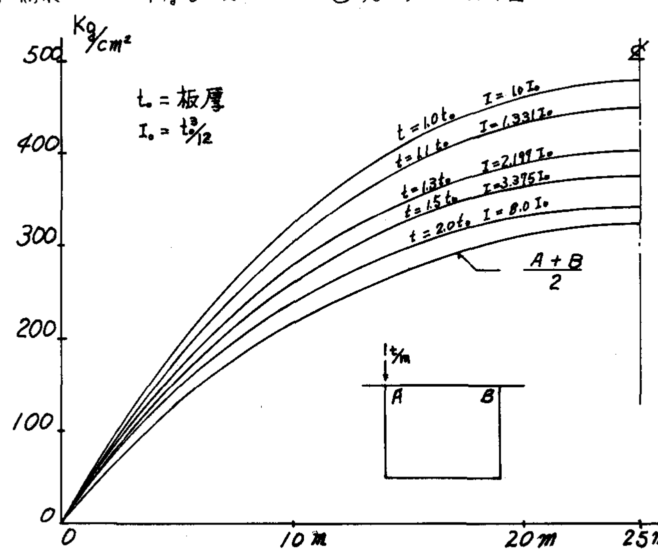


Fig.4 換算板厚と上フランジ(A点)応力の関係

著者が思うのには，リブのような要素を個々に計算することは大変であるが，ここに示したような換算方式にて断面変形を考慮した解析の中に取り入れるならば，ダイヤフラムの影響と合せてより実際に近い解が得られるのではないかと考える。なお発表当日は2，3の箱型梁の性状についてスライドにて報告します。