

北海道大学 正員 能町純雄
 “ “ “ 堀 孝司

1. まえがき

巨大構造物の海中部分に多柱式基礎を用いる事が検討されている。この場合、杭そのものも従来考え及ばない大きな寸法のものが必要となる筈である。例えば、内径6m外径8mの同心円柱を組合せて一つの杭ユニットとする様なものも考えられている。本論は、この様な構造体の例として縦隔板で内外円筒を結合したものを取り上げ、まず、その曲げ挙動を折板理論によって解析したものである。

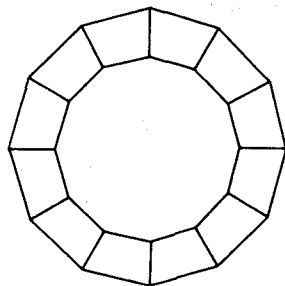


図1

2. 折板要素の断面力

図2の様な細長い矩形板部材において平面応力状態から導き出される剪断力 T 、法線力 S 、及び平板の曲げの問題から導き出される曲げモーメント M 、剪断力 X は、各々、次の如くなる。

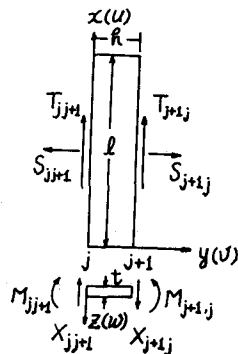


図2

$$T_{j+1} = \frac{NR}{\delta} (2\dot{u}_j + \dot{u}_{j+1}) + \frac{Nl}{\delta} (\dot{u}_{j+1} - \dot{u}_{j+2}) + \frac{Gt}{\delta} (\dot{u}_{j+1} + \dot{u}_{j+2}) + \frac{Gt}{R} (u_{j+1} - u_{j+2})$$

$$S_{j+1} = \frac{N}{R} (u_{j+1} - u_{j+2}) + \frac{Nl}{\delta} (\dot{u}_j + \dot{u}_{j+1}) + \frac{Gt}{\delta} (\dot{u}_{j+1} - \dot{u}_j) + \frac{GtR}{\delta} (2\ddot{u}_{j+1} + \ddot{u}_{j+2})$$

$$M_{j+1} = \frac{2K}{R} \{ 2O_j + O_{j+1} - \frac{3}{R} (w_{j+1} - w_{j+2}) \} - \nu K \ddot{w}_{j+1}$$

$$X_{j+1} = -\frac{6K}{R} (O_j + O_{j+1}) + KO_j - \frac{12K}{R} (w_{j+1} - w_{j+2}) + \frac{2K}{R} (\ddot{w}_{j+1} - \ddot{w}_{j+2}) - \frac{KR}{\delta} (2\ddot{w}_{j+1} + \ddot{w}_{j+2})$$

ここで、 ν : ポアソン比, $N = \frac{Et}{1-\nu^2}$, $K = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$, (\cdot) : x に関する微分

又、 $x=0, l$ で単純支持として各断面力の Fourier 変換を \bar{F} の如く表示する。

3. 節点における力のつりあい

図3に示す様に、外側と内側の各節点での力のつりあいは、

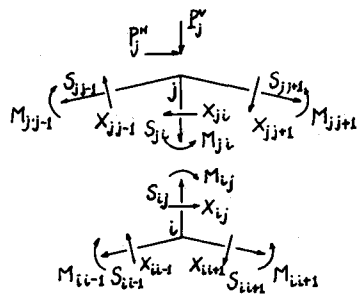


図3

1) $M_j + M_{j+1} - M_{j+2} - M_{j+1} = 0$

2) $Z_j + T_{j-1} + T_{j+1} + T_{j+1} = 0$

3) $P_j^m + S_{j+1} \cos \alpha - S_{j-1} \cos \alpha - X_{j+1} \sin \alpha - X_{j-1} \sin \alpha - X_{j+1} = 0$

4) $P_j^f + S_{j+1} \sin \alpha + S_{j-1} \sin \alpha + X_{j+1} \cos \alpha - X_{j-1} \cos \alpha + S_{j+1} = 0$

5) $M_{i-1} + M_{ij} - M_{i+1} = 0$

6) $T_{i-1} + T_{ij} + T_{i+1} = 0$

7) $S_{i+1} \cos \alpha - S_{i-1} \cos \alpha - X_{i+1} \sin \alpha - X_{i-1} \sin \alpha + X_{ij} = 0$

8) $S_{i+1} \sin \alpha + S_{i-1} \sin \alpha + X_{i+1} \cos \alpha - X_{i-1} \cos \alpha - S_{ij} = 0$

4. 座標変換

変位は半径方向と接線方向の変位に変換したものをを用いる。

$$U_{j+1} = U_j^* \cos \alpha + W_j^* \sin \alpha, \quad w_{j+1} = -U_j^* \sin \alpha + W_j^* \cos \alpha, \quad U_{j+2} = U_{j+1}^* \cos \alpha - W_{j+1}^* \sin \alpha, \quad w_{j+2} = U_{j+1}^* \sin \alpha + W_{j+1}^* \cos \alpha$$

$$U_{i+1} = U_j^* \cos \alpha + W_j^* \sin \alpha, \quad w_{i+1} = -U_j^* \sin \alpha + W_j^* \cos \alpha, \quad U_{i+2} = U_{j+1}^* \cos \alpha - W_{j+1}^* \sin \alpha, \quad w_{i+2} = U_{j+1}^* \sin \alpha + W_{j+1}^* \cos \alpha$$

5. 解析

2で求めた力のつりあひ式に各断面力を代入し、Fourier変換を行い、かつ $\tilde{\theta}_j = \sum \tilde{\theta}_j^i \sin \frac{2\pi P j}{\lambda}$, $\tilde{v}_j = \sum \tilde{v}_j^i \sin \frac{2\pi P j}{\lambda}$, $\tilde{w}_j = \sum \tilde{w}_j^i \cos \frac{2\pi P j}{\lambda}$, $\tilde{u}_j = \sum \tilde{u}_j^i \cos \frac{2\pi P j}{\lambda}$, $\tilde{p}_j^v = 0$, $\tilde{p}_j^h = \tilde{p}_j^v / \eta \sum \cos \frac{2\pi P j}{\lambda}$ ($\tilde{\theta}_j^i$ 等についても同様)なる変換をほどこし、マトリックス表示すると次の如くなる。

$$A \cdot U = P, \quad U^T = [\tilde{\theta}_1^+ \tilde{v}_1^+ \tilde{w}_1^+ \tilde{u}_1^+ \tilde{\theta}_1^- \tilde{v}_1^- \tilde{w}_1^- \tilde{u}_1^-], \quad P^T = [0 \ 0 \ 0 \ \tilde{p}_1^h \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

又、Aの各要素を K_{ij} で表示すると、

$$\begin{aligned} K_{1,1} &= 4(2\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \cos \frac{2\pi P}{\lambda}), K_{1,2} = -2\alpha_1 \sin \alpha + \alpha_2 - 12b_2 \sin \alpha \cos \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{1,3} = 12b_1 \cos \alpha \sin \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{1,4} = 0 \\ K_{1,5} &= 2\alpha_2, K_{1,6} = -bb_2, K_{1,7} = K_{1,8} = K_{2,1} = 0, K_{2,2} = 2\mu_1 \cos \alpha \sin \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{2,3} = -2E_1 \sin \alpha - E_2 - 2\mu_1 \sin \alpha \cos \frac{2\pi P}{\lambda} \\ K_{2,4} &= 2\beta_1 + \beta_2 - 2\gamma_1 \cos \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{2,5} = K_{2,6} = 0, K_{2,7} = \mu_2, K_{2,8} = -\gamma_2, K_{3,1} = -2\alpha_1 \sin \alpha - \alpha_2 - 12b_1 \sin \alpha \cos \frac{2\pi P}{\lambda} \\ K_{3,2} &= 2\zeta_2 \cos \alpha + 2\eta_1 \sin \alpha - \eta_2 + 2(\chi_1 \sin \alpha - \xi_1 \cos \alpha) \cos \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{3,3} = -(\chi_1 + \xi_1) \sin 2\alpha \sin \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{3,4} = 2\mu_1 \left(\frac{b}{m\pi}\right)^2 \\ &\times \cos \alpha \sin \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{3,5} = -bb_2, K_{3,6} = \chi_2, K_{3,7} = K_{3,8} = 0, K_{4,1} = 12b_2 \cos \alpha \sin \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{4,2} = -(\chi_1 + \xi_1) \sin 2\alpha \sin \frac{2\pi P}{\lambda} \\ K_{4,3} &= 2\zeta_2 \sin \alpha + 2\eta_1 \cos \alpha + \zeta_2 + 2(E_1 \sin^2 \alpha - \chi_1 \cos^2 \alpha) \cos \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{4,4} = -\left(\frac{b}{m\pi}\right)^2 (2E_1 \sin \alpha + E_2 + 2\mu_1 \sin \alpha \cos \frac{2\pi P}{\lambda}) \\ K_{4,5} &= K_{4,6} = 0, K_{4,7} = -E_2, K_{4,8} = -\left(\frac{b}{m\pi}\right)^2 \mu_2, K_{5,1} = -2\alpha_2, K_{5,2} = -bb_2, K_{5,3} = K_{5,4} = 0, K_{5,5} = -4(2\alpha_3 + \alpha_2 + \alpha_3 \cos \frac{2\pi P}{\lambda}) \\ K_{5,6} &= 2\alpha_3 \sin \alpha + \alpha_2 + 12b_3 \sin \alpha \cos \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{5,7} = -12b_3 \cos \alpha \sin \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{5,8} = K_{6,1} = K_{6,2} = 0, K_{6,3} = \mu_2, K_{6,4} = \gamma_2, K_{6,5} = 0 \\ K_{6,6} &= -2\mu_3 \cos \alpha \sin \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{6,7} = 2E_3 \sin \alpha - E_2 + 2\mu_3 \sin \alpha \cos \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{6,8} = -2\beta_3 - \beta_2 + 2\gamma_3 \cos \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{7,1} = -bb_2 \\ K_{7,2} &= -\chi_2, K_{7,3} = K_{7,4} = 0, K_{7,5} = 2\alpha_3 \sin \alpha - \alpha_2 + 12b_3 \sin \alpha \cos \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{7,6} = -2\zeta_3 \cos \alpha - 2\eta_3 \sin^2 \alpha + \eta_2 - 2(\chi_3 \sin^2 \alpha - \\ &\xi_3 \cos^2 \alpha) \cos \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{7,7} = (\chi_3 + \xi_3) \sin 2\alpha \sin \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{7,8} = -2\mu_3 \left(\frac{b}{m\pi}\right)^2 \cos \alpha \sin \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{8,1} = K_{8,2} = 0, K_{8,3} = E_2, K_{8,4} = -\left(\frac{b}{m\pi}\right)^2 \\ &\times \mu_2, K_{8,5} = -12b_3 \cos \alpha \sin \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{8,6} = (\xi_3 + \chi_3) \sin 2\alpha \sin \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{8,7} = -2\zeta_3 \sin^2 \alpha - 2\eta_3 \cos^2 \alpha - \zeta_2 - 2(E_3 \sin^2 \alpha \\ &- \chi_3 \cos^2 \alpha) \cos \frac{2\pi P}{\lambda}, K_{8,8} = \left(\frac{b}{m\pi}\right)^2 (2E_3 \sin \alpha - E_2 + 2\mu_3 \sin \alpha \cos \frac{2\pi P}{\lambda}) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \frac{K_i}{K_i}, b_i = \frac{K_i}{K_i}, \alpha_i = K_i \left(\frac{b}{K_i} + \nu \left(\frac{m\pi}{\lambda}\right)^2\right), \beta_i = \frac{Gt_i}{K_i} + \frac{N_i b_i}{\delta} \left(\frac{m\pi}{\lambda}\right)^2, \gamma_i = \frac{Gt_i}{K_i} - \frac{N_i b_i}{\delta} \left(\frac{m\pi}{\lambda}\right)^2, \epsilon_i = \left(\frac{m\pi}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{\nu N_i}{2} - \frac{Gt_i}{2}\right) \\ \mu_i &= \left(\frac{m\pi}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{\nu N_i}{2} + \frac{Gt_i}{2}\right), \zeta_i = \frac{N_i}{K_i} + \frac{Gt_i b_i}{\delta} \left(\frac{m\pi}{\lambda}\right)^2, \xi_i = \frac{N_i}{K_i} - \frac{Gt_i b_i}{\delta} \left(\frac{m\pi}{\lambda}\right)^2, \eta_i = K_i \left(\frac{12}{K_i} + \frac{2}{K_i} \left(\frac{m\pi}{\lambda}\right)^2 + \frac{b_i}{3} \left(\frac{m\pi}{\lambda}\right)^4\right) \\ \chi_i &= K_i \left(\frac{12}{K_i} + \frac{2}{K_i} \left(\frac{m\pi}{\lambda}\right)^2 - \frac{b_i}{\delta} \left(\frac{m\pi}{\lambda}\right)^4\right) \quad (i=1, 2, 3) \end{aligned}$$

上記のマトリックスを解き逆変換すると $\theta_j^i, \theta_j^r, v_j^i, v_j^r, w_j^i, w_j^r, u_j^i, u_j^r$ 求められる。

6. 数値計算例

一例として、六角形断面一点荷重で、外径=20cm 内径=12cm, $l=1m$, $t=0.5cm$ $P=1Kg$ の場合のため、曲げ応力の軸方向の変化を図4に示す。

なお、計算には、北海道大学大型計算機FACOM 230-60を使用した。

7. あとがき

以上、縦隔壁で内外円筒を結合した構造物を折板理論によつて、その曲げ挙動を計算したが、更に、弾性地盤中の場合についても解析する予定である。

参考文献

1)能町, 松岡, 田島, 多面溝殺の応力解析について, 土木学会第25回年次学術講演会講演集第1部, S.45.11
2)能町, 佐藤, 他, ホーロースラブの応力計算について, 土木学会北海道支部研究発表論文集, S.47.2

