

北海道大学工学部 正員 渡辺 昇
 岩手大学工学部 正員 ○宮本 裕
 北海道大学工学部 学生員 川上 洵

1. 水平・鉛直のリブのついた薄板構造物を考える。この構造物は薄板とリブとが共同して変形や応力を負担するものと考えられる。この構造物に鉛直外力Pなどが作用するときの解析法として、次のような解析法をとることにした。

- (1) せん断場理論による解析法
- (2) 剛性マトリックス法による解析法

これらの解析法により本州西国連絡橋のための海中鉄構型枠について自重による変形や応力を計算した。またこれらの解析法を検討するため室内実験を行った。

2. 解析の理論

(1) せん断場理論 薄板と強いリブを組み合わせさせた構造物において近似的にリブには軸力が働き、薄板にはせん断力が働くものとする。したがってリブは軸力のみ働くトラス部材と考へ、薄板は一定せん断流の働く板場と考へる。(この板場をせん断場とよぶ。)

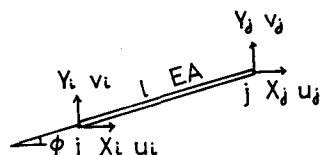


図-1

〔トラス部材の剛性マトリックス〕 図-1のよう右トラス部材の剛性マトリックスは次のようになる。

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ X_j \\ Y_j \end{pmatrix} = \frac{EA}{l} \begin{pmatrix} \lambda^2 & \lambda\mu & -\lambda^2 & -\lambda\mu \\ \lambda\mu & \mu^2 & -\lambda\mu & -\mu^2 \\ -\lambda^2 & -\lambda\mu & \lambda^2 & \lambda\mu \\ -\lambda\mu & -\mu^2 & \lambda\mu & \mu^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{pmatrix} \dots (1)$$

ここで $\lambda = \cos\phi$, $\mu = \sin\phi$ であり、 X_i, Y_i, X_j, Y_j は節点力、 u_i, v_i, u_j, v_j は節点変位である。トラス部材の軸力は式(2)から計算される。

$$N = \frac{EA}{l} \{ (u_j - u_i)\lambda + (v_j - v_i)\mu \} \dots (2)$$

〔せん断場の剛性マトリックス〕 図-2のよう右せん断場の剛性マトリックス S_{ij} はつぎのように与えられる。

$$S_{ij} = \frac{\partial^2 U}{\partial \xi_i \partial \xi_j}, \quad U = \frac{1}{2} \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \int_{-\frac{z}{2}}^{\frac{z}{2}} G \epsilon_{xy}^2 dt dx dy$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{\partial \xi_z}{\partial y} + \frac{\partial \xi_y}{\partial x} = C_1$$

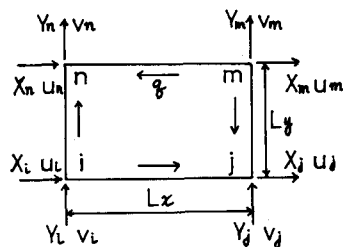


図-2

ここで便宜上節点変位 u_i, u_j を ξ_i, ξ_j であらわしている。境界条件により変位 ξ_x, ξ_y を決定すると結局せん断場の剛性マトリックスはつぎようになる。

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ X_j \\ Y_j \\ X_m \\ Y_m \\ X_n \\ Y_n \end{pmatrix} = \frac{G\sigma}{4} \begin{pmatrix} r & 1 & r & -1 & -r & -1 & -r & 1 \\ 1 & \frac{1}{r} & 1 & -\frac{1}{r} & -1 & -\frac{1}{r} & -1 & \frac{1}{r} \\ r & 1 & r & -1 & -r & -1 & -r & 1 \\ -1 & -\frac{1}{r} & -1 & \frac{1}{r} & 1 & \frac{1}{r} & 1 & -\frac{1}{r} \\ -r & -1 & -r & 1 & r & 1 & r & -1 \\ -1 & -\frac{1}{r} & -1 & \frac{1}{r} & 1 & \frac{1}{r} & 1 & -\frac{1}{r} \\ -r & -1 & -r & 1 & r & 1 & r & -1 \\ 1 & \frac{1}{r} & 1 & -\frac{1}{r} & -1 & -\frac{1}{r} & -1 & \frac{1}{r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \\ u_n \\ v_n \end{pmatrix} \quad (3)$$

ここで $r = \frac{L_x}{L_y}$

せん断場のせん断流け式 (4) から計算される。

$$q = \frac{G\sigma}{8L_x} (r u_i + v_i + r u_j - v_j - r u_m - v_m - r u_n + v_n) \quad (4)$$

したがってせん断場理論による解析法の電子計算機のプログラムの手順は図-3 のようになる。

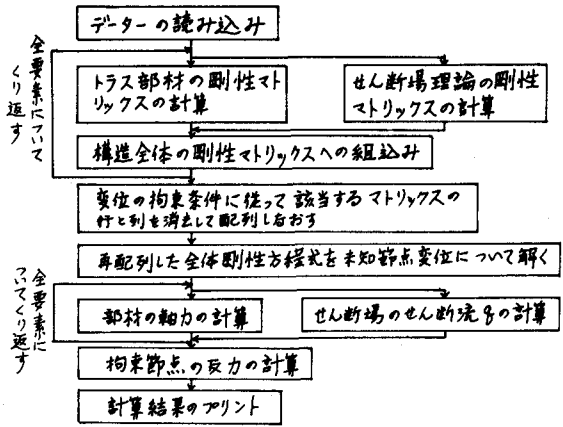


図-3

(2) 剛性マトリックス法

リブは前理論と同様に軸力のみ働くトラス部材と考えるが、薄板を平面応力状態のシャイベと考える。

図-4 のような三角形要素内の任意点の x 方向変位を u 、y 方向変位を v

とすれば $u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y$ 、 $v = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y$ とおくことができる。

変位を $\{d\}$ 、ひずみを $\{\epsilon\}$ 、応力を $\{\sigma\}$ であらわすと

$$\{d\} = [A]\{\alpha\} \quad \text{したがって} \quad \{\alpha\} = [A]^{-1}\{d\} \quad (5)$$

$$\{\epsilon\} = [B]\{\alpha\} \quad \text{したがって} \quad \{\epsilon\} = [B][A]^{-1}\{d\} \quad (6)$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} \quad \text{したがって} \quad \{\sigma\} = [D][B][A]^{-1}\{d\} \quad (7)$$

$$\text{であり、内部応力による仮想仕事 } A_i = \int \{\epsilon\}^T \{\sigma\} dF \quad (8)$$

$$\text{外力による仮想仕事 } A_a = [X_i \ X_j \ X_k \ Y_i \ Y_j \ Y_k] \{d\} = \{p\}^T \{d\} \quad (9)$$

である。 $A_i = A_a$ とおくと結局 $\{p\} = [S] \{d\}$ であり $[S]$ は

剛性マトリックスとなる。特に図-4 のように i 点を原点をもってきた場合

は剛性マトリックスは式 (10) のようになる。

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ X_j \\ Y_j \\ X_k \\ Y_k \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} (b_j - b_k)^2 & \frac{1}{2}(a_k - a_j)(b_j - b_k) & b_k(b_j - b_k) & \frac{1}{2}b_k(a_k - a_j) & -b_j(b_j - b_k) & -\frac{1}{2}b_j(a_k - a_j) \\ +\frac{1}{2}(a_k - a_j)^2 & +v(b_j - b_k)(a_k - a_j) & -\frac{1}{2}a_k(a_k - a_j) & -v a_k(b_j - b_k) & +\frac{1}{2}a_j(a_k - a_j) & +v a_j(b_j - b_k) \\ \frac{1}{2}(b_j - b_k)^2 & -\frac{1}{2}a_k(b_j - b_k) & \frac{1}{2}b_k(b_j - b_k) & \frac{1}{2}a_j(b_j - b_k) & -\frac{1}{2}b_j(b_j - b_k) & -\frac{1}{2}b_j(b_j - b_k) \\ + (a_k - a_j)^2 & +v b_k(a_k - a_j) & -a_k(a_k - a_j) & -v b_j(a_k - a_j) & +a_j(a_k - a_j) & +v a_j(a_k - a_j) \\ & & b_k^2 + \frac{1}{2}a_k^2 & -\frac{1}{2}a_k b_k & -b_k b_j & \frac{1}{2}a_k b_j \\ & & -v a_k b_k & -\frac{1}{2}a_k a_j & +v a_j b_k & +v a_j b_k \\ & & & \frac{1}{2}b_k^2 + a_k^2 & \frac{1}{2}a_j b_k & -\frac{1}{2}b_k b_j \\ & & & & +v a_k b_j & -a_k a_j \\ & & & & b_j^2 + \frac{1}{2}a_j^2 & -\frac{1}{2}a_j b_j \\ & & & & & -v a_j b_j \\ & & & & & \frac{1}{2}b_j^2 + a_j^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \end{pmatrix} \quad (10)$$

右上半分に対称

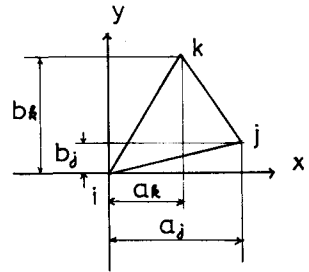


図-4

ここで係数 $k = \frac{E}{2(a_j b_k - a_k b_j)(1-\nu^2)}$ である。

3. 数値計算例

本州四国連絡Dルート(児島-坂出間)北・南備讃瀬戸大橋橋脚6Pおよび橋台7Aの基礎剛体の海中鉄構型枠についての設計例にもとづいて計算したところ図-5のようになった。この図にはパネル梁の軸力と変位図があらわされてある。せん断場理論による計算値と剛性マトリックス法による計算値とを右々描いた。この内が剛性マトリックス法によるものである。

右お柱の断面積は 307.2 cm^2 、パネル梁の断面積は 133.2 cm^2 である。薄板の厚さは 1 cm である。自重については1枚の壁体に $7,500 \text{ t}$ が働くものとし $7,500 \times \frac{1}{48} = 156.25 \text{ t}$ が1つの格点に働くものとした。

またせん断場理論による結果と剛性マトリックス法による結果と桁理論による結果の3つの結果を比較したものが図-6である。ここでは最下端に配置されるパネル梁の軸力があらわされている。桁理論とはこの構造物をパネル梁と薄板による断面二次モーメントを持った桁とみなして、両端固定で等分布荷重を受けるという条件で応力を計算したものである。

せん断場理論、剛性マトリックス法、桁理論の順に応力が小さくなっていく。

終りに本州四国連絡橋公団に対し、委託研究費の補助を受けたことも感謝する次第である。

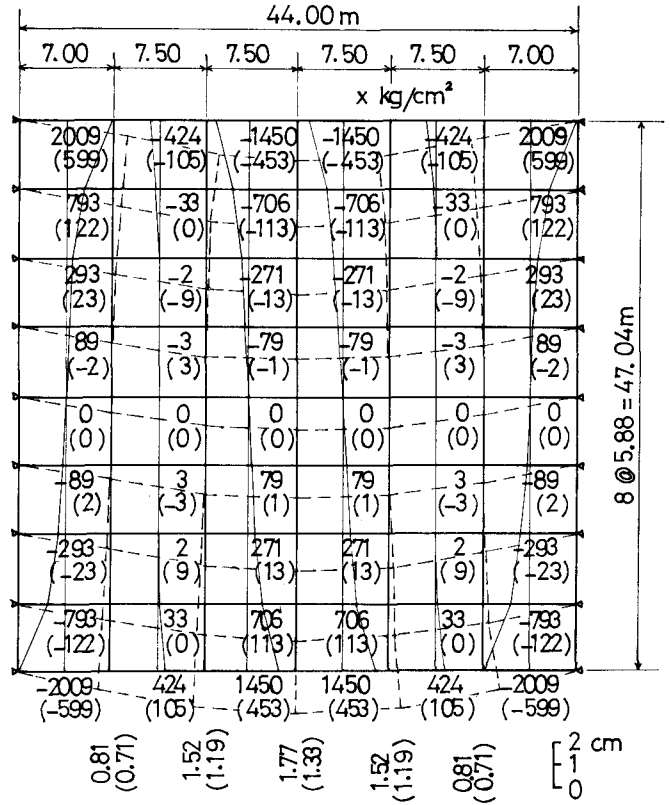


図-5

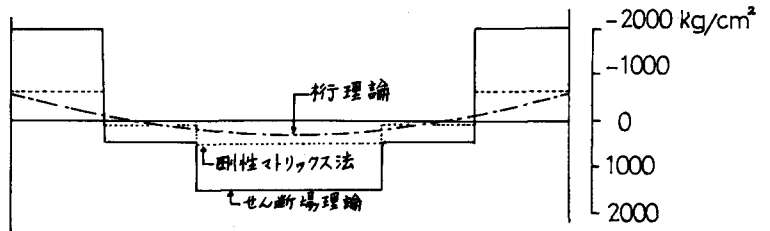


図-6