

早稲田大学 正員 平嶋政治
首都高速道路公団 〇正員 恵谷舜吾

1. 序

閉断面薄肉構造部材は、ねじり変形を受ける場合よりも、曲げ変形を受ける場合の方がより強く断面変形の影響を受ける事は、折板構造理論による解析により確認されている。曲げ変形における断面変形が与える影響の解析と同様、薄肉部材においては、その面内剛性の弱さの故に、ねじり変形の場合においても、断面形状と荷重のある種の組み合わせのもとでは、断面変形が他の応力に与える影響を無視する事は適当でない。

断面変形を考慮した解析法としては、閉断面部材の場合、V・Z・Vlasovにより、直交関数を利用する方法が示されている。直交関数を利用する方法を閉断面部材の解析に適用する際の困難性は、独立な単位そり関数の選択にある。筆者達は、直交関数を利用して閉断面薄肉構造部材を解析する方法について先に報告した。〔薄肉構造部材の曲げねじりの解析。平嶋政治、恵谷舜吾（第22回応用力学連合講演会講演論文抄録集 S47.12）〕。ここでは独立な軸方向関数として、Z主軸方向のたわみと、各単板の回転角を用い、単位そり関数を、軸方向関数に附随して生じるものとして決定した。本報告においては、先に導いた解式の補正と、(Fig-1)に示す断面の数值計算結果について報告する。

2. 理論式

a). 一般式

直交関数を利用すると、解式は次式で与えられる。

$$-E I W W'' + G I W' (W - W') + \int_0^l p \omega \, ds = 0 \tag{1}$$

$$G I W' (W' - W'') - G J_T W'' + M \cdot W - f \omega = 0 \tag{2}$$

$$\text{B.C. } [E I W W']_0^l = 0$$

$$[-G I W' (W - W') + G J_T W' - f \omega]_0^l = 0$$

$W = [W_i]$ ----- 軸方向変形関数

$W' = [W'_i]$ ----- 面内変位関数

$\omega = [\omega_i]$ ----- 単位そり関数

$W = [W_{ik}] = \int_A \omega_i \omega_k \, dF$, $W_{ik} = 0$ ($i \neq k$)

$W' = [W'_{ik}] = \int_A \dot{\omega}_i \dot{\omega}_k \, dF$, ($\dot{} = d/ds$)

$M = [M_{ik}] = \int_s \frac{m_i m_k}{E J_T} \, ds$, $J_T = \dots$ 面内曲げ剛性

m_i ----- 単位面内モーメント

又、一般力として次の諸量を導入する。

$$B = -E \sum_{i=1}^n \omega_i U_i'' \tag{3}$$

$$Q = -E \sum_{i=1}^n \omega_i U_i''' + 2 G J_T V_i' \tag{4}$$

B は、Bimoment であり、 Q は Quer-Bimoment で断面変形に關係する力学量である。

b). 曲げ変形

(Fig-1)に示されている閉断面逆台形桁の場合には、自由端のフランジのねじり剛性が非常に小さいので、自由端とウェブの結合点には、曲げモーメントは、生じないと仮定する事により計算の簡略化を計る。この仮定に

より、軸方向変形関数は、変形の対称性の考慮のもとに次の二つとなる。

$$U_1 \text{----- } y \text{ 軸方向の変位, } U_2 \text{----- ウェブの回転角}$$

(Fig-1)に示す断面の場合、自由端フランジの回転角 U_{1F} は

$$U_{1F} = \lambda U_2 \tag{5}$$

となり、 $\lambda = 3(k_3 + k_2) / (3k_2 + 2k_3)$ である。(k_2, k_3 ----- 剛比)

又、剪断変形の影響は、定性的な事項よりも、定量的な大きさに関係があり、その量は小さいので省略する。

以上の事項を使用すると、(1)、(2)の解式は次式となる。

$$E W_{11} U_1'' - \rho \omega_1^2 = 0 \tag{6}$$

$$E W_{22} U_2'' - G (2\lambda J_{T1} + 2J_{T2}) U_2'' + M_{22} \rho \omega_2^2 = 0 \tag{7}$$

(6)式は通常の曲げ問題の解式であり、(7)式は、断面変形が曲げ変形に及ぼす影響を表わす式である。解は(6)式、(7)式の解を重畳合わせることにより得られる。

973は

$$y = U_1 + \{ (\omega_2(1) - \omega_2(2)) / k_g \} U_2 \tag{8}$$

軸方向応力は

$$\sigma = - \frac{B_1}{W_{11}} y - \frac{B_2}{W_{22}} \omega_2(s) \tag{9}$$

面内モーメントは

$$M_{S,2} = m_2(s) \cdot U_2(z) \tag{10}$$

でそれぞれ与えられる。

c). ねじり変形

曲げ変形の場合と同様の仮定を採用すると、解式は次式である。

$$E W_{33} U_3'' - G (2\lambda J_{T1} + J_{T3}) U_3'' + M_{33} U_3 + M_{34} U_4 - \rho \omega_3^2 = 0 \tag{11}$$

$$E W_{44} U_4'' - G (2\lambda J_{T1} + 2J_{T2}) U_4'' + M_{34} U_3 + M_{44} U_4 - \rho \omega_4^2 = 0 \tag{12}$$

$$\lambda_3 = - k_3 / (2k_3 + k_2), \quad \lambda_4 = 2(3k_3 + k_2) / (2k_3 + k_2)$$

又、軸方向応力と面内モーメントは、それぞれ次式で与えられる。

$$\sigma = - \frac{B_3}{W_{33}} \omega_3(s) - \frac{B_4}{W_{44}} \omega_4(s) \tag{13}$$

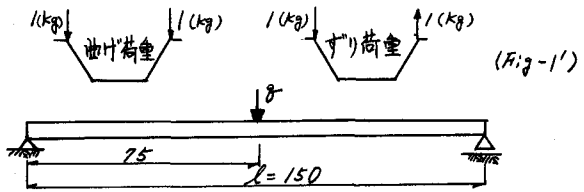
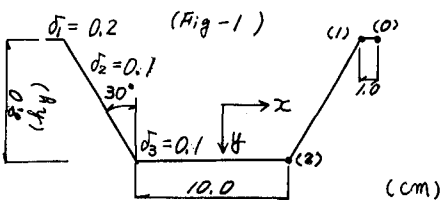
$$M_{(2,3)} = m_3(s) U_3(z) + m_4(s) U_4(z) \tag{14}$$

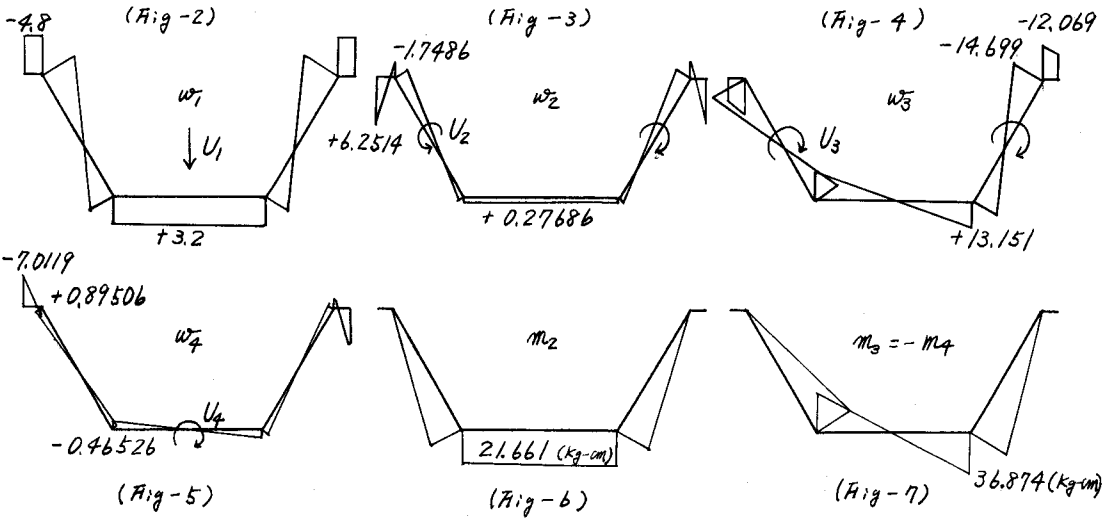
3. 数値計算

数値計算に使用した断面形状は (Fig-1) に示してある。横断面上の軸方向変位を示す単位関数は (Fig-2) ~ (Fig-5) に、又単位面内モーメントは (Fig-6), (Fig-7) に示してある。

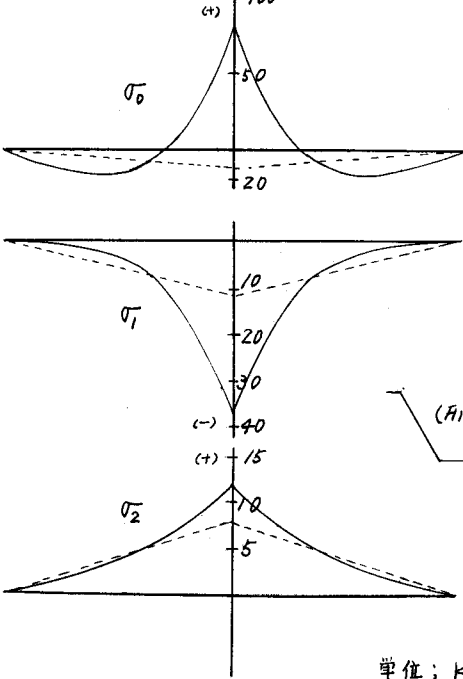
4. 結果

解析結果は (Fig-8), (Fig-9) に示してある。従来の理論値といちぢるしく異っているのは、上フランジの0点において、曲げ、ずり。両荷重の場合とも、応力の反転が生じている事である。

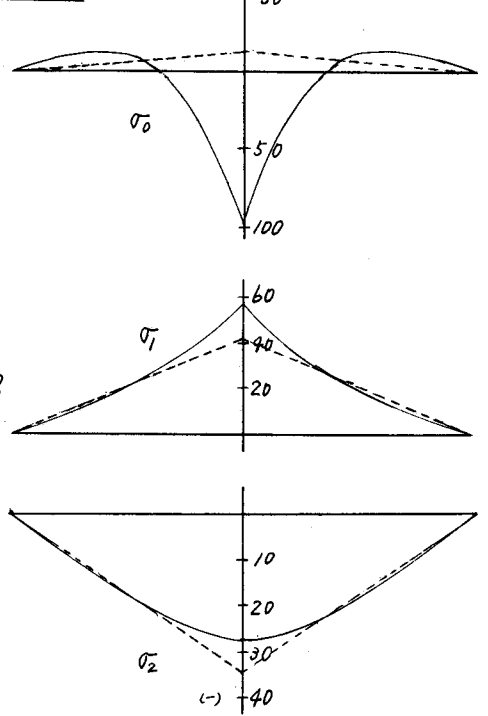




曲げ荷重 (Fig-8)



すり荷重 (Fig-9)



単位; kg/cm^2
 - - - 断面剛の場合
 — 断面変形を考慮した場合

参考文献

1. 剛結合析板構造理論と台形桁への応用; 奥村敏忠, 鈴木康弘 (土木学会論文報告集, 第154号, S43, 6)
2. Thin-walled Elastic Beams; V.Z. Vlasov
3. 薄肉構造部材の曲げねじりの解析; 平山政雄, 恵谷舜吾 (第22回応用力学連合講演会, 講演論文抄録集)