

東京大学 正 員 西野文雄
 東京大学大学院 学生員 ○秋山晴樹
 東京大学 正 員 奥村敏恵

1. まえがき

格子状の補剛材の付いた板を直交異方性板に置き換えて解析する方法は、Huber以来数多くの研究者によって検討されてきた。その手法はいずれも補剛材付板の直交異方性板に対する等価な曲げ・振り剛度を求め、支配方程式を作り、そしてそれを解くというものである。従っていかにしてその等価剛度を求めるかは、補剛材付板を解析する上で非常に重要な問題となる。しかし従来なされてきた解析では、曲げ剛性の評価には板と補剛材の間の相互作用が取り入れられているのに対し、振り剛性の評価にはそれが取り入れられていない。この為従来の理論による振り剛度の評価は必ずしも適切ではないと思われる。この報告では、曲げと同時に振りの場合にもその相互作用を考慮して等価剛度を求め支配方程式を導く。

2. 振り剛度の決定

Fig.1に示すような、 x, y 軸方向に各々1本の補剛材を含むように全体の寸法に比して極めて小さい要素を取り出して、これがFig.3に示すような振りモーメント M_{xy}, M_{yx} を受けた純せん断応力場を形成している場合を考える。

Kirchhoff-Loveの仮定を用い、微小変位理論によると、板の中央面に平行なせん断歪 γ_p は①式のように表わされる。

$$\gamma_p = \left(\frac{\partial u_p}{\partial y} + \frac{\partial v_p}{\partial x} \right) - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad \text{--- ①}$$

ここで、 x, y 軸は板の中央面内に、 z 軸はそれと直角にとり、 u_p, v_p は板の中央面の x, y 軸方向の変位、 w は z 軸方向の変位とする。

又補剛材で構成された格子構造の、板の中央面に平行な面内の等価なせん断歪は z 軸方向には一定で②式で表わされる。

$$\gamma_s = \frac{\partial u_s}{\partial y} + \frac{\partial v_s}{\partial x} \quad \text{--- ②}$$

ただし u_s, v_s は補剛材の x, y 軸方向の変位。

板と補剛材の接合面ではこの歪は一致しなければならないから $z = -\frac{h}{2}$ での①による歪と②による歪を等しいとあいて、

$$\frac{\partial u_p}{\partial y} + \frac{\partial v_p}{\partial x} - h \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \frac{\partial u_s}{\partial y} + \frac{\partial v_s}{\partial x} \quad \text{--- ③}$$

Fig.2に示すように補剛材にせん断力 V_x, V_y 、板内中央面にせん断応力 τ が働くとする、歪と応力の関係から

$$\frac{\tau}{G} = \left(\frac{\partial u_p}{\partial y} + \frac{\partial v_p}{\partial x} \right) \frac{K V_y}{G A_y a} + \frac{K V_x}{G A_x b} = \gamma_s \quad \text{--- ④}$$

ここで、 A_x, A_y は単位巾当りの補剛材の断面積であり、 K は断面定数である。

又、各断面での力の釣合条件より

$$V_x + \tau h b = 0 \quad V_y + \tau h a = 0 \quad \text{--- ⑤}$$

③④⑤より、各不静定せん断力が次のように求まる。

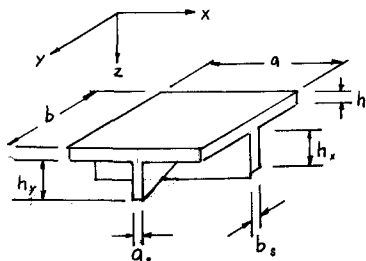


Fig. 1

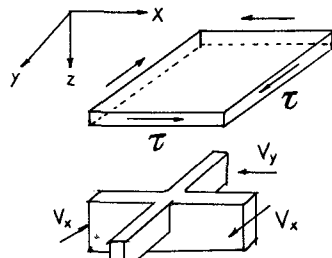


Fig. 2

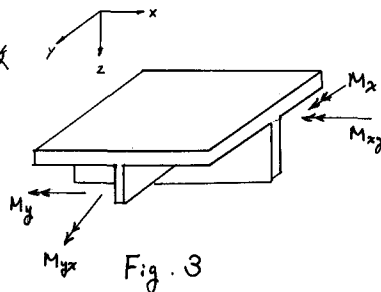


Fig. 3

$$\tau = \frac{G}{\frac{1}{k} + k(\frac{1}{A_x} + \frac{1}{A_y})} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad \text{--- ⑥}$$

$$V_x = \frac{G b h}{\frac{1}{k} + k(\frac{1}{A_x} + \frac{1}{A_y})} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad V_y = \frac{G a h}{\frac{1}{k} + k(\frac{1}{A_x} + \frac{1}{A_y})} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

このせん断力からなる振りモーメントに、板・補剛材に生じるサンプルンの振りモーメントを加えて M_{xy}, M_{yx} は⑦式のように求まる。

$$M_{xy} = -D_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad M_{yx} = -D_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad \text{--- ⑦}$$

振り剛度 D_{xy}, D_{yx} は次のように求まる。

$$D_{xy} = G \left\{ \frac{k^2}{6} + \frac{J_x}{b} + \frac{k(\frac{k_x + k}{2})}{k + k(\frac{1}{A_x} + \frac{1}{A_y})} \right\} \quad D_{yx} = G \left\{ \frac{k^2}{6} + \frac{J_y}{b} + \frac{k(\frac{k_y + k}{2})}{k + k(\frac{1}{A_x} + \frac{1}{A_y})} \right\}$$

ここで、 k_x, k_y は、 x, y 軸方向の補剛材の深さ、 J_x, J_y は補剛材のサンプルンの振り定数である。

3. 曲げ剛度の決定

振りと同様に Fig. 1 のような要素を取り出して、これを Fig. 3 に示すような曲げモーメント M_x, M_y を受けている場合を考える。補剛材はその交叉部のみ 2 軸応力状態になっていると仮定して、平面保持の仮定のもとで、各断面での力の釣り合いと歪と応力の関係を用いて、微小変位理論で解くと、各断面での中立軸の位置が w の関数として求まり、各モーメント M_x, M_y は⑧式のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -(D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) \\ M_y &= -(D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) \end{aligned} \right\} \text{--- ⑧} \quad \begin{array}{l} D_x, D_y, D_1, D_2 \text{ は} \\ \text{断面形状によって計算さ} \\ \text{れる定数である} \end{array}$$

4. 釣合方程式

x 軸方向の力の釣合方程式に⑦、⑧式を代入すると、支配方程式は⑨式のように求まる。

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q \quad \text{--- ⑨} \quad \text{ここで } 2H = D_{xy} + D_{yx} + D_1 + D_2$$

5. 考察

こうして求められた支配方程式と従来の Huber 方程式との大きな相違点は、板と補剛材との相互作用からくる振り剛度、 D_{xy}, D_{yx} の差にある。この影響を数量的に調べる為、 $a_s = b_s = h$ とし、 $\%b, \%a, \%k = \%k_x$ をパラメータにとり、本理論による $D_{xy} + D_{yx}$ と従来の理論によるそれとを計算し、結果を Fig. 4 に示した。これによると、縦横比 $\%b$ が大きくなるにつれ、そして補剛材の深さ k_x, k_y が大きくなるにつれ、その影響が大きくなり表われてくることがある。又、 $2H$ には $D_1 + D_2$ の項も含まれているので、この影響を調べる為 $2H$ も計算(同図)に示した。これによると、 $\%b, k_x, k_y$ が大きくなるにつれ、 $D_1 + D_2$ の $2H$ に対する影響度も大きくなっている。

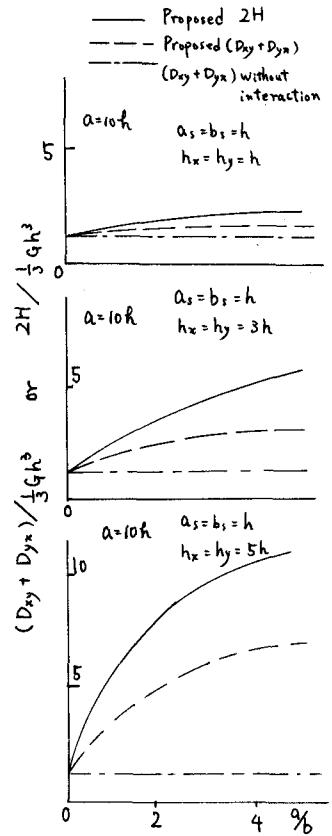


Fig. 4