

名古屋大学工学部 正会員 ○梶田建夫

名古屋大学工学部 学生員 清水保明

1. はじめに

普通橋梁に用いられるスラブの解析では、スラブを板として板曲げの問題として取り扱われている。単純なスラブ構造であれば、数表などにより容易に曲げモーメントなどが得られるし、複雑な形状の構造でも有限要素法を用いれば解析ができる。しかし、板厚の厚いスラブとか、ホロー・スラブ、マルチ・ビームスラブなどについては、全体を薄い板として理想化することも行なわれるいるが、局所的な挙動を問題とするような場合には、これは適当ではない。

ここではこのようなことより、厚板スラブ構造を三次元的に解くことを考える。これには三次元要素を用いた有限要素解析を用いることができるが、この場合非常に大きな連立一次方程式を解く必要が生ずる。これを避けるため、ここで用いられた手法は、有限要素法にフーリエ級数の手法を結びつけたもので、Finite Prism Methodといわれるものである。これは解析される構造が二辺単純支持、他の二辺自由の長方形の形状のものに限られるが、解くべき連立方程式は有限要素法にくらべ、非常に小さくなる。以下にこの手法を用いた板、スラブ等の静的、動的解析について示す。

2. 解析手法について

有限要素法とフーリエ級数とを結びつけた手法については、すでにFinite Strip Methodが知られているが、この他にここで示されるFPMとFinite Layer Methodといわれるものがある。これらは、Y.K. Cheung, D.C. Zienkiewicz らにより開発されたものであり、三次元構造の限られた条件の問題を、二次元、一次元の問題として取り扱えるようにしたものである。FPMは三次元の構造を二次元的に取り扱うものであり、実際的な応用がまだあまり示されていないので、ここで簡単な解析過程とその精度の検討を行なう。

まず、図の構造を対象とし、各柱状の要素について

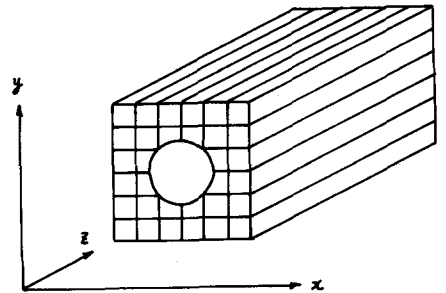
つぎのように変位が仮定される。

$$\begin{aligned} U &= \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{i=1}^8 N_i U_i^l \sin \frac{l\pi x}{a} \\ V &= \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{i=1}^8 N_i V_i^l \sin \frac{l\pi x}{a} \\ W &= \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{i=1}^8 N_i W_i^l \cos \frac{l\pi x}{a} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで N_i は形状関数で、8節点を持つアイソパラメトリック要素に対応するものが用いられた。一般的な剛性行列の誘導の過程により、つぎのように示される。

$$\begin{aligned} \{\delta_i^l\} &= \{U_i^l, V_i^l, W_i^l\}^T \\ \{\epsilon_i^l\} &= [B_i^l] \{\delta_i^l\}, \quad \{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \\ [K_{ij}^{lm}] &= \int_V [B_i^l]^T [D] [B_j^m] dV \end{aligned}$$

ここで変位関数の性質により、 $[K_{ij}^{lm}] = 0$ ($l \neq m$) であるので、

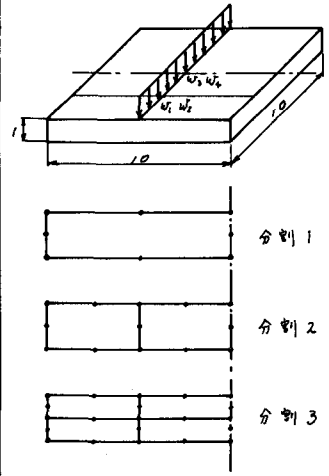


$$[K_{ij}^e] = \int_V [B_i^e]^T [D] [B_j^e] dv$$

(2)

荷重項についても同様に計算される。つぎにこれを用いて、右の四の正方形板の計算を三種の分割について行なった。表に項数と収束の状態が示されている。上の表には、分割3の場合の荷重作用点で

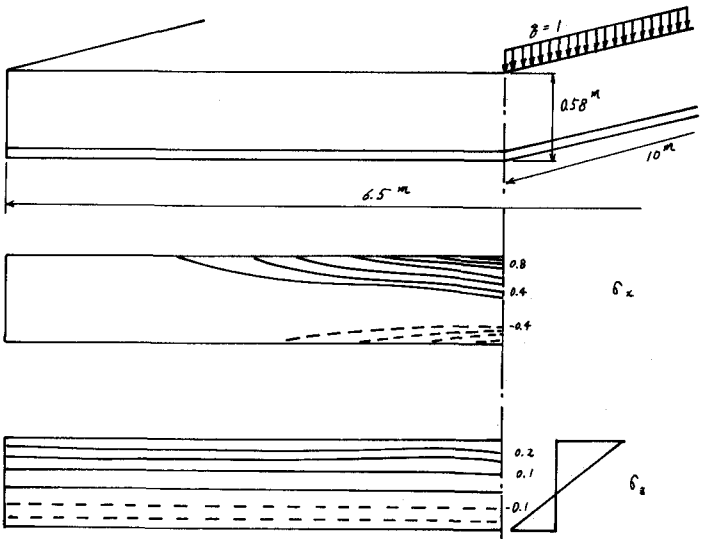
	w_1	w_2	w_3	w_4	σ_{x1}	σ_{y1}	σ_{xz}	σ_{zy}
1	112.5	113.1	159.1	159.9	-4.17	-6.62	4.57	7.13
2	113.7	114.5	157.4	157.9	-4.53	-7.17	5.09	7.83
3	113.5	114.2	157.6	158.4	-4.41	-8.97	4.88	7.53
4	113.5	114.0	157.6	158.2	-4.40	-6.88	4.76	7.36
5	113.5	114.1	157.6	158.3	-4.41	-6.93	4.84	7.48
6	113.5	114.2	157.6	158.2	-4.42	-6.95	4.91	7.57
7	113.5	114.1	157.6	158.3	-4.42	-6.94	4.86	7.50
8	113.5	114.1	157.6	158.2	-4.42	-6.94	4.81	7.44
9	113.5	114.1	157.6	158.3	-4.42	-6.94	4.85	7.49
10	113.5	114.1	157.6	158.2	-4.41	-6.93	4.88	7.53
分割1	109.0	109.4	151.5	151.8	-2.92	-6.29	3.14	6.55
分割2	113.0	113.6	156.9	157.6	-4.31	-6.79	4.66	7.30
分割3	113.5	114.1	157.6	158.2	-4.41	-6.93	4.88	7.53



の板上、下面のたわみと応力の収束状態が示されている。 σ_{x1}, σ_{y1} は中央断面の下面の応力で、 σ_{xz}, σ_{zy} は上面の応力である。たわみと荷重が作用していない点での応力は、ほぼ6,7図で収束しているが、荷重作用点での応力の収束は遅い。また、下の表は分割1,2,3と細分した場合の値の変化を示す。

3. 鉄筋コンクリートスラブ

鉄筋コンクリートスラブをコンクリートと鉄筋の部分に分け、それぞれをモデル化する手法を考える。鉄筋の部分については、ある厚さを持つ板にモデル化し、この板の剛性をコンクリートの剛性に加えて解析を行なう。この板モデルは、 xy 面で三節点を持つ線要素として示され、前と同様の変位仮定が用いられる。 xy 面に関して計算が行なわれ剛性行列が得られる。下の図に示されるような鉄筋コンクリートスラブが線荷重を受ける場合の中央断面の応力分布を計算した。ここでは、板の下面より5cmの所に2cm厚さの鉄筋の板があるとして計算が行なわれた。図に破線で示されている部分は引張の領域である。



4. その他

有限要素法と同様に質量行列を計算すれば容易に動的問題の解析が行なえる。行列が小さいので固有値の計算に有利である。