I-154 フィーレンデール型プレートの解析

北大工学部 正員 能町純雄
北見工業大学 正員○大島俊之

1．まえがき

本論文は上下の2枚のリブ付き板を、リブを向い合せて水平に置き，対応する上下のリブの格点同志を棒材で、板に直角に鉛直方向に剛接した構造を取り扱っており、この種の構造は、地下鉄構内の構造，建築物の床と梁と柱の関係、海中鋼構造物の側壁、土留壁とストラットの関係など各所に見られる構造であるが，ここでは合成された版としての性質を重く見て，表題のように呼んでいる。この種の構造の解析としては，上下のリブ付き板を格子構造として解いたり，直交異方性板として解いて，さらに継ぎ材の効果を重ね合せる方法や，柱，板要素に分けて，有限要素法で解く方法など考えられるが，ここでは板とリブに面外の曲げ剛性を無視した折板理論の式を用いて基本式を導き、和分変換を応用して，比較的容易にこの種の構造物が解かれることを示す。

2．理論式

変位の自由度は各点でu，v，wの3個で，リブの上下で，上版、下版について2個ずつあるので，12個の未知数となるが，wがリブの上下で等しいとする。剪断力のつりあいから差分方程式を導き，和分変換して，10元の連立一次方程式を解き、逆変換して，撓み、応力などを求める。それぞれの手順については参考文献を参照されたい。

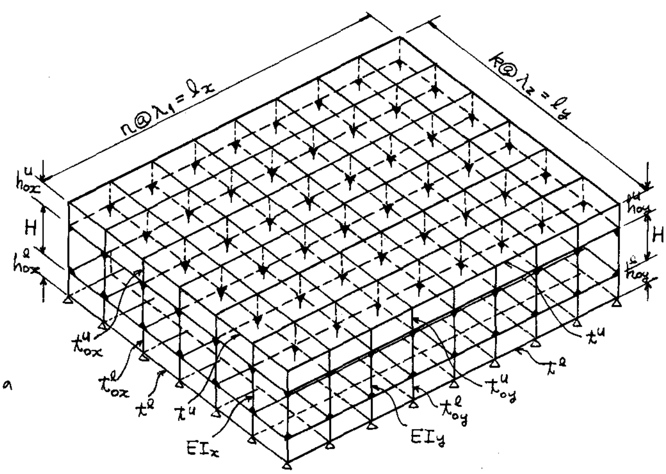

図1．フィーレンデール型プレート

(1) リブとデッキプレートの接合線での剪断力のつりあい（X方向，上版について）

$$T^u_{Y.Y+1}+T^u_{Y.Y-1}+T^{ou}_Y=0 \qquad —(1)$$

折板理論から T（プレート内の剪断流）は

$$T^u_{Y.Y+1}=\frac{N^u_x}{6}(2\ddot{u}^{ou}_{XY}+\ddot{u}^{ou}_{X.Y+1})+\frac{Gt^u}{2}(\dot{v}^{ou}_{XY}+\dot{v}^{ou}_{X.Y+1})+\frac{Gt^u}{\lambda_2}(u^{ou}_{X.Y+1}-u^{ou}_{XY}) \qquad —(2)$$

$$T^u_{Y.Y-1}=\frac{N^u_x}{6}(2\ddot{u}^{ou}_{XY}+\ddot{u}^{ou}_{X.Y-1})-\frac{Gt^u}{2}(\dot{v}^{ou}_{X.Y}+\dot{v}^{ou}_{X.Y-1})-\frac{Gt^u}{\lambda_2}(u^{ou}_{XY}-u^{ou}_{X.Y-1}) \qquad —(3)$$

$$T^{ou}_Y=\frac{N^u_{ox}}{6}(2\ddot{u}^{ou}_{XY}+\ddot{u}^{gu}_{XY})+Gt^u_{ox}\dot{w}^{ou}_{XY}+\frac{Gt^u_{ox}}{h^u_{ox}}(u^{gu}_{XY}-u^{ou}_{XY}) \qquad —(4)$$

これを(1)式に代入して，文献(3)で述べた手順にしたがって積分すると次の基本式を得る。

$$\left(\frac{2}{3}\frac{N^u_x}{\lambda_1}+\frac{N^u_{ox}}{3\lambda_1}\right)\Delta^2_x u^{ou}_{X-1.Y}+\frac{N^u_x}{6\lambda_1}(\Delta^2_x u^{ou}_{X-1.Y+1}+\Delta^2_x u^{ou}_{X-1.Y-1})+\frac{N^u_{ox}}{6\lambda_1}\Delta^2_x u^{gu}_{X-1.Y}+\frac{Gt^u}{4}\Delta_x\Delta_Y v^{ou}_{X.Y}$$
$$+\frac{Gt^u_{ox}}{2}\Delta_x w^{ou}_{XY}-\frac{G\lambda_1}{6}\left(2\frac{t^u}{\lambda_2}+\frac{t^u_{ox}}{h^u_{ox}}\right)(\Delta^2_x u^{ou}_{X-1.Y}+6u^{ou}_{XY})+\frac{Gt^u\lambda_1}{6\lambda_2}(\Delta^2_x u^{ou}_{X-1.Y+1}+\Delta^2_x u^{ou}_{X-1.Y-1}$$
$$+6u^{ou}_{X.Y+1}+6u^{ou}_{X.Y-1})+\frac{Gt^u_{ox}\lambda_1}{6h^u_{ox}}(\Delta^2_x u^{gu}_{X-1.Y}+6u^{gu}_{XY})=0 \qquad —(5)$$

(2) X方向リブ下側 u^{gu}_{XY} 方向の基本式の誘導。

棒の曲げによって生ずる剪断力がリブの下側に集中剪断力として作用すると考え、ここでの力のつりあいを考える。リブの下側で，折板理論から

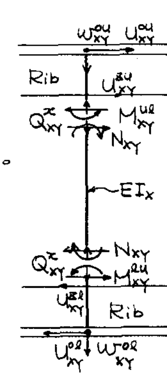

図2．

$$T^{gu}_Y=\frac{N^u_{ox}}{6}(2\ddot{u}^{gu}_{XY}+\ddot{u}^{ou}_{XY})-Gt^u_{ox}\dot{w}^{ou}_{XY}-\frac{Gt^u_{ox}}{h^u_{ox}}(u^{gu}_{XY}-u^{ou}_{XY}) \qquad —(6)$$

(6)式を積分する過程で，$(\sigma^{gu}_{X.X+1}-\sigma^{gu}_{X.X-1})t^u_{ox}=Q^x_{XY}$ —(7) のつりあいを考慮すると次式を得る。

$$\frac{N^u_{ox}}{3\lambda_1}\Delta^2_x u^{gu}_{X-1.Y}+\frac{N^u_{ox}}{6\lambda_1}\Delta^2_x u^{ou}_{X-1.Y}-\frac{Gt^u_{ox}\lambda_1}{6h^u_{ox}}(\Delta^2_x u^{gu}_{X-1.Y}-\Delta^2_x u^{ou}_{X-1.Y}+6u^{gu}_{XY}-6u^{ou}_{XY})-\frac{Gt^u_{ox}}{2}\Delta_x w^{ou}_{XY}$$
$$+\frac{6EI_x}{H^2}\left[\frac{1}{h^u_{ox}}(u^{ou}_{XY}-u^{gu}_{XY})-\frac{1}{h^l_{ox}}(u^{ol}_{XY}-u^{gl}_{XY})-\frac{2}{H}(u^{gl}_{XY}-u^{gu}_{XY})\right]=0 \qquad —(8)$$

(3) x方向の棒杭の軸力とリブ内の剪断力のつりあい。(上版について)

棒杭の軸力が上向きに作用することを考慮して，リブ内の剪断力と P_{xY}，N_{xY} がつりあうことから，次の基本差分方程式を得る。

$$\frac{G t^u_{ox} h^u_{ox}}{\lambda_1}\Delta_x^2 W^{ou}_{x-1,Y} + \frac{G t^u_{oy} h^u_{oy}}{\lambda_2}\Delta_Y^2 W^{ou}_{x,Y-1} - \frac{G t^u_{ox}}{2}\left(\triangle_x \dot{U}^{ou}_{xY} - \triangle_x \dot{U}^{8u}_{xY}\right)$$
$$- \frac{G t^u_{oy}}{2}\left(\triangle_Y \dot{V}^{ou}_{xY} - \triangle_Y \dot{V}^{8u}_{xY}\right) - \frac{EA}{H}\left(W^{ou}_{xY} - W^{ol}_{xY}\right)$$
$$= -P^u_{xY} + \frac{1}{\lambda_1}\left[\bar{\bar{p}}^u\binom{x.x+1}{Y}\Big|_0^{\lambda_1} - \bar{\bar{p}}^u\binom{x.x-1}{Y}\Big|_0^{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\left(\bar{\bar{p}}^u\binom{x}{Y.Y+1}\Big|_0^{\lambda_2} - \bar{\bar{p}}^u\binom{x}{Y.Y-1}\Big|_0^{\lambda_2}\right)\right] \cdots (9)$$

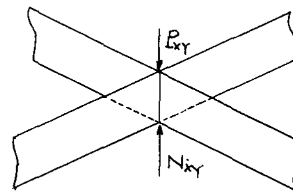

図 3.

以上の(5)，(8)，(9)式を誘導する過程で用いた手順を，他の方向にも同様に用いて，それぞれの未知数に対応する10本の基本差分方程式を求めることができる。ただし $N^u_x = E t^u \lambda_2$，$N^u_{ox} = E t^u_{ox} h^u_{ox}$，$\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial x}$.

$\Delta_x^2 f(x-1) = f(x+1) - 2f(x) + f(x-1)$，$\triangle_x f(x) = f(x+1) - f(x-1)$，$A$ = 棒杭の断面積，p = リブ上の分布荷重。

3. 数値計算

図1のような構造において，周辺単純支持の境界条件で，板中央に単一集中荷重 $P = 1^{kg}$ が作用したときの撓み，応力図を図示する。$E = 34800\ ^{kg}/_{cm^2}$，$G = 12610\ ^{kg}/_{cm^2}$，$n=8$，$k=6$，$t^u = t^l = 0.3^{cm}$

$\lambda_1 = \lambda_2 = 10^{cm}$　$h^u_{ox} = h^l_{ox} = h^u_{oy} = h^l_{oy} = 2^{cm}$，$H = 6^{cm}$　$A = 1.2\ cm^2$，$t^u_{ox} = t^l_{ox} = t^u_{oy} = t^l_{oy} = 0.3^{cm}$。

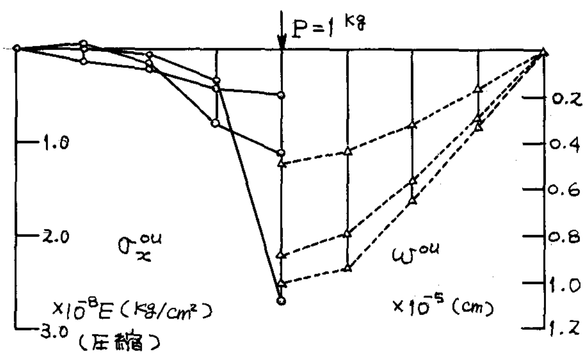

図. 4.

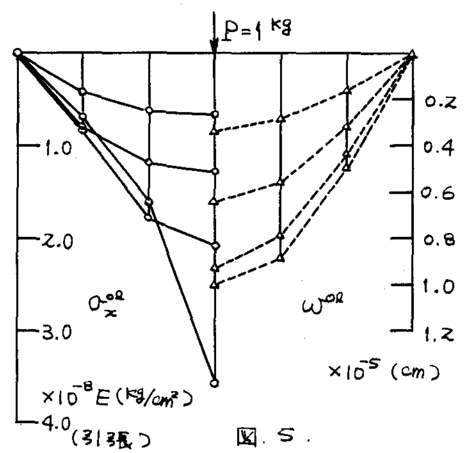

図. 5.

4. 結言

ここでは紙面の都合上，他の理論との差異など，くわしく論ずることができなかったが，講演の際にそれらを合せて発表する予定である。本論文は規則的にリブと柱が配置されている合成された平板構造が，和分変換の特徴を生かして解かれることを示したものである。まえがきで述べた各種の複雑な構造系を全体的に解く方法はあまりないと思われるが，本法は比較的厳密に解く一つの解法として有効であり，今後も板としての各種の性質を検討したいと考えている。数値計算には北大大型計算機センターの FACOM 230-60 を使用した。

参考文献

(1) Nomachi, Matsuoka: Applications of Finite Fourier Integration Transforms for Structural Mechanics, Proc. of the 20th Jap. Nat. Cong. for Appl. Mech. (1970).

(2) 能町純雄，大島俊之：上下床版と縦横リブによるサンドイッチプレートの解析．土木学会第27回年次学術講演会概要集 (1972) I-118 P.329.

(3) 能町純雄，松岡健一，大島俊之：縦横リブを有する板の応力解析について．マトリックス構造解析法研究発表会論文集 (第5回) (1971)