

九州大学工学部 学生員 大塚久哲
正員 安藤 司

1. 緒言

著者の一入は先に曲線高架橋上部工等に見受けられるごとく隅角部四辺が支持され、二直線辺が直線はり、二円弧辺が曲りばりにて弾性支持される扇形平板の差分法による解法を提示し、この種構造物の力学的特性について論じた。^{1), 2)} 本文はその研究に付随しておこなわれたプラスチック模型実験の結果について報告する。

2. 解法

図-1に示すごとく周辺が弾性支持される扇形平板を差分法により解析するため、扇形平板を図-2のごとく放射状格子に分割するとき、各格点で板の基礎微分方程式 $\Delta^2 w = P/D \dots (1)$ が成立する。ここに Δ は極座標表示によるラプラス演算子、 w は板のたわみ、 P は垂直荷重、 D は板剛度である。(1)式を差分式に変換すれば(2)式のごとくなるが、この式は境界近傍あるいは境界上の格点で立てれば、仮想格点(板外格点)のたわみも未知量となるため、板とはりとの結合点で力およびモーメントの釣合式を立て、これを消去しなければならぬ。いま直線辺 $\theta = \theta_0$ で境界条件式を誘導すれば(図-3参照)、 $V_{\theta} - \delta - dF/dr = 0 \dots (3)$, $M_{\theta} + dT/dr = 0 \dots (4)$ が得られる。ここに、 V_{θ} , M_{θ} : θ 方向板反力および曲げモーメント(単位長)、 δ : はりに作用する単位長あたり垂直荷重、 F , T : はりのせん断力およびねじりモーメント。(3)式、(4)式を差分化すれば(5)式および(6)式を得る。同様にして他の直線辺および円弧対する二円弧辺でそれぞれ境界条件式を立て、これを各々の格点において立てた(2)式と連立させて解くことにより、所要のたわみおよび、その結果を利用して各格点の断面力・垂るを求めることができる。上述の差分式(2)、(5)および(6)式を一括して記述すれば

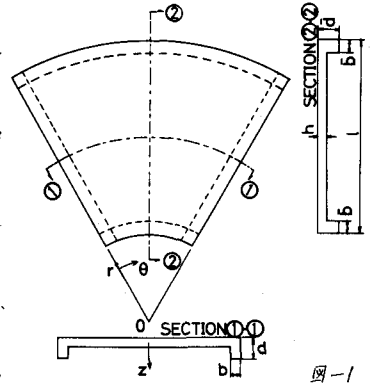


図-1

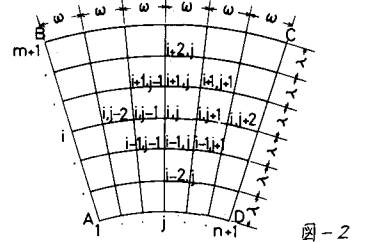
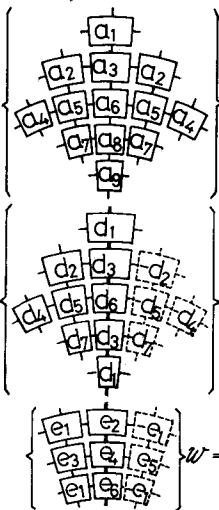


図-2



ここに $a_1 = 1 + \lambda/r_2$, $a_2 = 2K^2(1 - \lambda/2r_2)/r_2^2$,
 $a_3 = -4(1 + \lambda/2r_2) - (1 - \lambda/2r_2)(\lambda^2 + 4K^2)/r_2^2$,
 $a_4 = K^2/r_2^2$, $a_5 = -4K^2\{1 - (\lambda^2 - K^2)/r_2^2\}/r_2^2$,
 $a_6 = 2\{3 + (\lambda^2 + 4K^2)/r_2^2 - K^2(4\lambda^2 - 3K^2)/r_2^4\}$,
 $a_7 = 2K^2(1 + \lambda/2r_2)/r_2^2$, $a_8 = 1 - \lambda/r_2$,
 $a_9 = -4(1 - \lambda/2r_2) - (1 + \lambda/2r_2)(\lambda^2 + 4K^2)/r_2^2$,
 $\lambda = l^2/m$, $\omega = \theta_0/m$, $K = \lambda/\omega$, l 直線辺長, m : 半径方向分割数, θ_0 : 中心角,
 n : 接線方向分割数, r_2 : 中心 O より格点 (i, j) までの距離, $d_1 = Hr/m$, $Hr = \frac{E_1 I_1}{Dm\lambda}$
 $E_1 I_1$: 直線ばりの曲げ剛性, $d_2 = K\{1 - \nu/2 + (2\nu - 1)\lambda/4r_2\}/r_2$, $d_3 = -4d_1$, $d_4 = K^2/2r_2^2$
 $d_5 = -K\{K^2/r_2^2 + 2 - \nu + (\nu - 1)\lambda^2/r_2^2\}/r_2$, $d_6 = 6d_1$, $d_7 = K\{1 - \nu/2 + (1 - 2\nu)\lambda/4r_2\}/r_2$
 $e_1 = -Jr/m$, $Jr = G_0 G_0 / Dm\lambda$, $G_0 G_0$: 直線ばりのねじり剛性, $e_2 = -r_2(\lambda/r_2 + 2\nu)/K$
 $e_3 = 2(Jr/m - K/r_2)$, $e_4 = 4r_2(K^2/r_2^2 + \nu)/K$, $e_5 = -2(Jr/m + K/r_2)$
 $e_6 = r_2(\lambda/r_2 - 2\nu)/K$

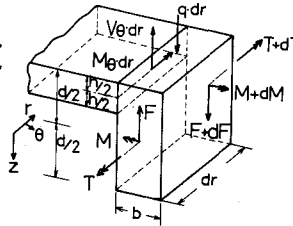


図-3

以上のべた解析法の正当性を検証するため、次に示す模型実験をおこなった。

3. 模型実験

本実験に採用した模型の断面寸法は、表-1に示すとおりであり、この模型の隅角部4点を固定し(写真1参照)、集中荷重を載荷して静的な曲げ実験をおこなった。

載荷点には図-4に示すごとくA, B, C3点を選び、1~9点のたわみ、r方向及びθ方向ひずみと測定した。

模型の材料として製作が比較的容易であり、ひずみ及びたわみが小さな荷重で十分生じるプラスチックを採用したが、プラスチック板では載荷時間が長くなるとクリープが起こるため、載荷時間の短縮に努めねばならず、そのため各測点についてそれぞれ載荷と測定とを繰り返してクリープの影響がはらうよう留意した。またプラスチックは温度の影響を受け易いため、実験時に試験片によりそのヤング率を測定し表-1に記すごとく結果を示した。

モデルIの載荷点に集中荷重4.2kgを載荷したときの板の各測点のθ方向、r方向ひずみと測定した結果を図-5~図-8を得る。図中実線は差分法による計算値、○印は実験値を示す。図にみられるごとく両者の値はほぼ一致しており、前述の理論の妥当性が示されたと言える。なおモデルIIの実験結果は、紙面の都合上講演当日発表の予定である。

表-2. ひずみゲージの性能

Gage length	5 (mm)
Resistance	119.9 ± 0.4 (Ω)
Gage factor	2.12

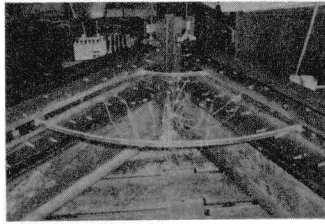


写真1

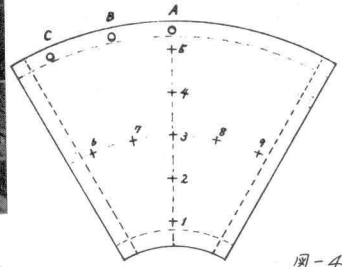


図-4

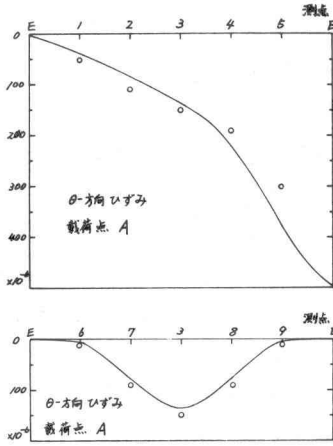


図-5

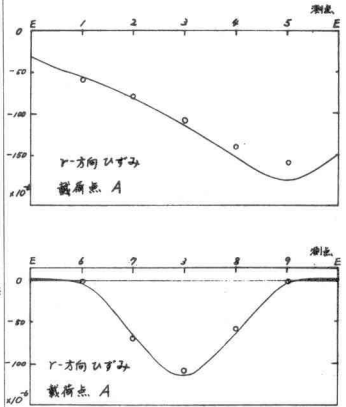


図-6

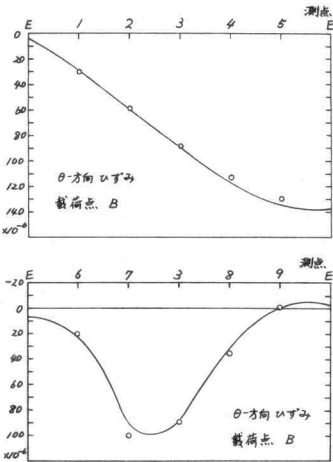


図-7

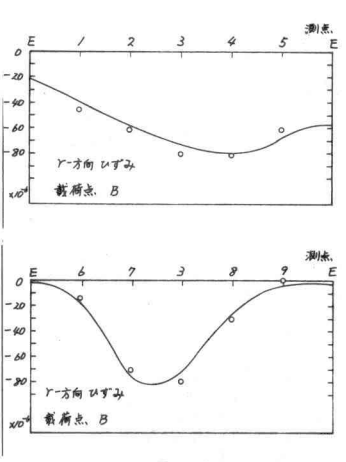


図-8

表-1. 模型の断面寸法

	開角 θ	板厚 h	半径方向スパン l	中央円弧長	はり巾 $b=b_0$	はり高 $d=d_0$	板材のE	はり材のE	板材のポアソン比
モデルI	$\pi/3$	0.8 cm	61.8 cm	61.8 cm	1.0 cm	1.0 cm	3.2×10^4 kg/cm ²	3.2×10^4 kg/cm ²	0.35
モデルII	$\pi/3$	0.8 cm	61.8 cm	61.8 cm	2.0 cm	1.0 cm	3.2×10^4 kg/cm ²	3.2×10^4 kg/cm ²	0.35

参考文献

- 金子忠男, 大塚久哲: 周辺が弾性支持された扇形平板の解法, 土木学会西部2部昭和46年度研究発表会論文概要集, 昭和47年2月。
- 大塚久哲, 金子忠男: 全周に弾性支持された扇形平板の解法, 九大工学集報, 第45巻第6号, 昭和47年12月。