I-151　CROSS-DIAGONALを有するTRUSSによって補強された平板の曲げについて

北海道大学　正員　能町純雄
室蘭工業大学　正員　松岡健一
室蘭工業大学　学生員○坂元伸樹

1. まえがき

先に、著者らは周辺単純支持の場合のワーレントラスによって補強された平板についての理論式を導き、数値計算例を発表した。[1)]

本報告は、縦横に組合わされたCROSS-DIAGONALを有するトラスによって補強された平板について、周辺単純支持の場合について、その解析を試みている。解析に際して、板は曲げに対して抵抗しないものとし、構造を平面要素に分割し、各要素に変位せん断方程式[2)]を用い接合線に沿ってせん断力のつり合いを考え、変位で表わされた2階微分方程式を求める。又、トラスの節点でのつり合いはトラスの部材力と変位との関係式[3)]を用いて求める。

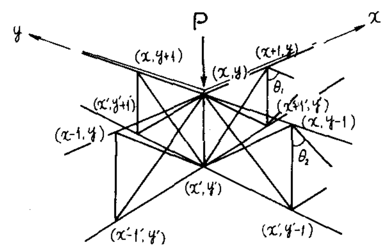

図-1

2. 基本式

図-1のような構造について、せん断力のつり合いとトラスの部材力のつり合いを求める。

1). 要素のx方向のつり合いは

$$\frac{N_x}{\lambda_x}\Delta_x^2 u_{x-1,y}+\frac{N_x}{6\lambda_x}\Delta_x^2\Delta_y^2 u_{x-1,y-1}+\frac{Gt\lambda_x}{6\lambda_y}\left(\Delta_x^2\Delta_y^2 u_{x-1,y-1}+6\Delta_y^2 u_{x,y-1}\right)+\frac{Gt}{4}\bar{\Delta}_x\bar{\Delta}_y v_{x,y}$$
$$+K_3\beta_1^2\left(\Delta_x^2 u'_{x-1,y}+2u'_{x,y}-2u_{x,y}\right)+K_3\alpha_1\beta_1\bar{\Delta}_x w'_{x,y}=0 \tag{1}$$

2). 要素のy方向のつり合いは

$$\frac{N_y}{\lambda_y}\Delta_y^2 v_{x,y-1}+\frac{N_y}{6\lambda_y}\Delta_x^2\Delta_y^2 v_{x-1,y-1}+\frac{Gt\lambda_y}{6\lambda_x}\left(\Delta_x^2\Delta_y^2 v_{x-1,y-1}+6\Delta_x^2 v_{x-1,y}\right)+\frac{Gt}{4}\bar{\Delta}_x\bar{\Delta}_y u_{x,y}$$
$$+K_4\beta_2^2\left(\Delta_y^2 v_{x,y-1}+2v'_{x,y}-2v_{x,y}\right)+K_4\alpha_2\beta_2\bar{\Delta}_y w'_{x,y}=0 \tag{2}$$

3). 節点(x,y)での鉛直方向のつり合いは

$$K_3\alpha_1\beta_1\bar{\Delta}_x u'_{x,y}+K_3\alpha_1^2\Delta_x^2 w'_{x-1,y}+K_4\alpha_2\beta_2\bar{\Delta}_y v_{x,y}+K_4\alpha_2^2\Delta_y^2 w'_{x,y-1}+(2K_3\alpha_1^2+2K_4\alpha_2^2+K_5)(w'_{x,y}-w_{x,y})=-P_{x,y} \tag{3}$$

4). 節点(x',y')での鉛直方向のつり合いは

$$K_3\alpha_1\beta_1\bar{\Delta}_x u_{x,y}-K_3\alpha_1^2\Delta_x^2 w_{x-1,y}+K_4\alpha_2\beta_2\bar{\Delta}_y v_{x,y}-K_4\alpha_2^2\Delta_y^2 w_{x,y-1}+(2K_3\alpha_1^2+2K_4\alpha_2^2+K_5)(w'_{x,y}-w_{x,y})=0 \tag{4}$$

5). 節点(x',y')でのx方向に沿う水平方向のつり合い

$$K_1\Delta_x^2 u'_{x-1,y}+K_3\beta_1^2\Delta_x^2 u_{x-1,y}+2K_3\beta_1^2(u_{x,y}-u'_{x,y})-K_3\alpha_1\beta_1\bar{\Delta}_x w_{x,y}=0 \tag{5}$$

6). 節点(x',y')でのy方向に沿う水平方向のつり合い

$$K_2\Delta_y^2 v'_{x,y-1}+K_4\beta_2^2\Delta_y^2 v_{x,y-1}+2K_4\beta_2^2(v_{x,y}-v'_{x,y})-K_4\alpha_2\beta_2\bar{\Delta}_y w_{x,y}=0 \tag{6}$$

ここで $N_x=Et\lambda_2$, $N_y=Et\lambda_1$

$K_1=EA_{l1}/\lambda_{l1}$, $K_2=EA_{l2}/\lambda_{l2}$, $K_3=EA_{d1}/\lambda_{d1}$, $K_4=EA_{d2}/\lambda_{d2}$, $K_5=EA_v/\lambda_v$

式 (1)～(6) をフーリエ差和分変換して整理すると

$$\left(-\frac{N_x}{\lambda_x}D_m+\frac{N_x}{6\lambda_x}D_mD_i+\frac{Gt\lambda_x}{6\lambda_y}D_mD_i-\frac{Gt\lambda_x}{\lambda_y}D_i-2K_3\beta_1^2\right)\widetilde{u}+\left(-K_3\beta_1^2D_m+2K_3\beta_1^2\right)\widetilde{u}^z$$
$$-Gt\sin\frac{m\pi}{n}\sin\frac{i\pi}{k}\widetilde{v}+2K_3\alpha_1\beta_1\sin\frac{m\pi}{n}\widetilde{w}^z=0 \qquad (7)$$

$$\left(-\frac{N_y}{\lambda_y}D_i+\frac{N_y}{6\lambda_y}D_mD_i+\frac{Gt\lambda_y}{6\lambda_x}D_mD_i-\frac{Gt\lambda_y}{\lambda_x}D_m-2K_4\beta_2^2\right)\widetilde{v}+\left(-K_4\beta_2^2D_i+2K_4\beta_2^2\right)\widetilde{v}^z$$
$$-Gt\sin\frac{m\pi}{n}\sin\frac{i\pi}{k}\widetilde{u}+2K_4\alpha_2\beta_2\sin\frac{i\pi}{k}\widetilde{w}^z=0 \qquad (8)$$

$$2K_3\alpha_1\beta_1\sin\frac{m\pi}{n}\widetilde{u}^z+2K_4\alpha_2\beta_2\sin\frac{i\pi}{k}\widetilde{v}^z-\left(2K_3\alpha_1^2+2K_4\alpha_2^2+K_5-K_3\alpha_1^2D_m-K_4\alpha_2^2D_i\right)\widetilde{w}^z$$
$$+\left(2K_3\alpha_1^2+2K_4\alpha_2^2+K_5\right)\widetilde{w}=\widetilde{P} \qquad (9)$$

$$\left(2K_3\alpha_1^2+2K_4\alpha_2^2+K_5\right)\widetilde{w}^z=2K_3\alpha_1\beta_1\sin\frac{m\pi}{n}\widetilde{u}+\left(2K_3\alpha_1^2+2K_4\alpha_2^2+K_5-K_3\alpha_1^2D_m-K_4\alpha_2^2D_i\right)\widetilde{w}$$
$$+2K_4\alpha_2\beta_2\sin\frac{i\pi}{k}\widetilde{v} \qquad (10)$$

$$\left(K_1D_m+2K_3\beta_1^2\right)\widetilde{u}^z=-\left(K_3\beta_1^2D_m-2K_3\beta_1^2\right)\widetilde{u}-2K_3\alpha_1\beta_1\sin\frac{m\pi}{n}\widetilde{w} \qquad (11)$$

$$\left(K_2D_i+2K_4\beta_2^2\right)\widetilde{v}^z=-\left(K_4\beta_2^2D_i-2K_4\beta_2^2\right)\widetilde{v}-2K_4\alpha_2\beta_2\sin\frac{i\pi}{k}\widetilde{w} \qquad (12)$$

ここで、$\widetilde{u}=R_mS_i[u_{x,y}]$, $\widetilde{v}=S_mR_i[v_{x,y}]$, $\widetilde{w}=S_mS_i[w_{x,y}]$, $\widetilde{w}^z=S_mS_i[w'_{x,y}]$, $\widetilde{u}^z=R_mS_i[u_{x,y}]$, $\widetilde{v}^z=S_mR_i[v_{x,y}]$,
$\widetilde{P}=S_mS_i[P_{x,y}]$, $D_m=2\left(1-\cos\frac{m\pi}{n}\right)$, $D_i=2\left(1-\cos\frac{i\pi}{k}\right)$

式 (10)～(12) の $\widetilde{w}^z$, $\widetilde{u}^z$, $\widetilde{v}^z$ を 式 (7)～(9) に入れて消去すると

$$\left.\begin{aligned} a_{11}\widetilde{u}+a_{12}\widetilde{w}+a_{13}\widetilde{v}&=0\\ a_{21}\widetilde{u}+a_{22}\widetilde{w}+a_{23}\widetilde{v}&=\widetilde{P}\\ a_{31}\widetilde{u}+a_{32}\widetilde{w}+a_{33}\widetilde{v}&=0\end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

但し、a_{11}～a_{33} は 式 (7)～(9) に 式 (10)～(12) の $\widetilde{w}^z$, $\widetilde{u}^z$, $\widetilde{v}^z$ を代入して整理した u, w, v の係数で 中身については省略する。式 (13) を解いて得られた $\widetilde{u}$, $\widetilde{w}$, $\widetilde{v}$ を式 (10)～(12) に代入すれば $\widetilde{u}^z$, $\widetilde{w}^z$, $\widetilde{v}^z$ が求まる。これより各点の変位が求まり、応力も得られる。

3. 数値計算例

以上の計算を次の値により、周辺単純支持の場合について計算した結果を示す。

$E=2.1\times10^6$ kg/cm², $G=8.1\times10^5$ kg/cm², $\lambda_1=\lambda_2=10$ cm, $A_{l1}=A_{l2}=A_{d1}=A_{d2}=A_v=2.5$ cm², $t=0.5$ cm, $\theta_1=\theta_2=45°$

$P=1000$ kg, $n=8$, $k=8$

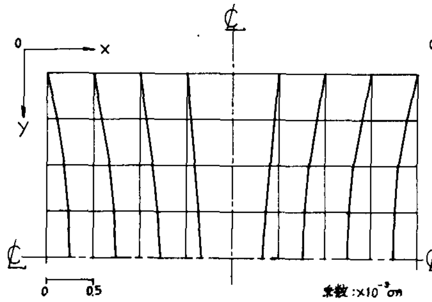

図-2 U°

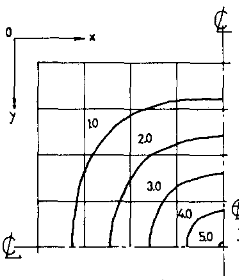

図-3. W°

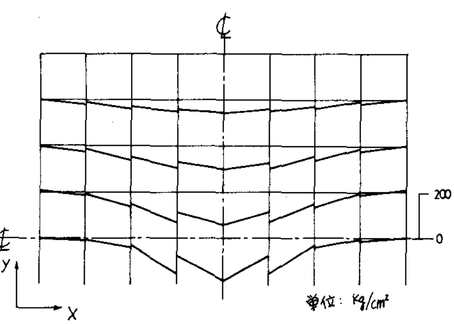

図-4. σ_x°

4. あとがき

以上、CROSS-DIAGONAL を有するトラスによって補強された平板についての周辺単純支持の場合の理論式を導き、数値計算を示したが、今後、他の支持条件、荷重条件について考察を行う予定である。計算には、北海道大学大型計算機センター FACOM 230-60 を使用した。

5. 参考文献

1) 能町, 松岡, 大島, 坂元：トラストプレートの応力解析. 土木学会北海道支部論文集 第29号 (1973)
2) 能町, 松岡, 大島：縦横リブを有する板の応力解析. 土木学会北海道支部論文集 第27号 (1971)
3) 能町：差分方程式で表わされる不静定構造物の和分変換による解法例. 土木学会北海道支部 技術資料 第23号 (19　)