

1. 緒言 RCラーメンの塑性設計には次の3つの基本的条件が必要である。第1に塑性平衡条件(Limit Equilibrium), すなわちラーメンは指定した設計終局荷重以前には作用荷重のいかなる組み合わせに対しても崩壊機構で壊れることはない。第2に使用限界条件(Serviceability), すなわちクラック幅や鉄筋の応力などが使用荷重のもとではある許容範囲内になければならない。第3に塑性変形限界条件(Plastic Compatibility), すなわち指定した設計終局荷重以前には作用荷重のいかなる組み合わせに対しても材料の局部破壊は起らない。

本研究は, Cohn教授によって提案された平衡法^(1,2)を用いるもので, 設計段階で上記第1および第2の条件を同時に考慮するが, 第3の条件は別途変形解析によって検討するものである。すなわち, 平衡法によるRCラーメンの最適塑性設計では, 目的関数として最小重量(最小鉄筋体積)を選び, 制約条件として上記第1および第2の条件を用いて最適の設計塑性モーメントを決定するものである。

しかし, 制約条件としての第1の塑性平衡条件は, (1)理論上ラーメンの全ての可能な崩壊機構に対する平衡式を包含することが必要であり, 単純なラーメンの場合は比較的困難でないが, 高次のラーメンの場合には数多くの可能な崩壊機構を見出すことは極めて困難である。(2)単に崩壊機構を見つける作業は面倒であるばかりでなく, 設計における制約条件としての塑性平衡式の全数が問題の大きさを制限してしまい, また(3)例え設計に必要と思われるある限定した崩壊機構を選ぶとしても何個必要であり, どのような崩壊機構を選ぶかなど疑問が残っている。本報告は, 以上のような塑性平衡条件についての難点を克服することを意図し, 崩壊荷重解析⁽³⁾を併用することによって解析と設計とを繰返すいわゆる繰返し最適塑性設計法を提示したものである。

2. 設計および解析上の仮定

(1) RCはある限定した曲率をもつ完全弾塑性体である。(2) 全ての可能な荷重状態を考慮し, 荷重は比例増加する。(3) 曲げモーメントのみを考慮し, 軸力およびせん断力は無視する。(4) 塑性回転角は節点にのみ生ずる。(5) コンクリート断面は一定とし, 設計塑性モーメントは鉄筋量の方に比例する。すなわち $M_{pj} = K_j A_{sj}$, ただし, A_{sj} =節点 j の鉄筋量, K_j =節点 j の断面寸法および材料によって決まる定数。(6) 節点 j における配筋は部材のある長さ L_j について一定とする。(7) 節点 j の設計塑性モーメント M_{pj} は弾性包絡モーメント M_{ej} に比例する。すなわち $M_{pj} = \lambda_{ij} M_{ej}$, ただし λ_{ij} =節点 j の降伏荷重係数。

3. 最適塑性設計に対する基本式

上記仮定および平衡法に基づけば, RCラーメンの最適塑性設計に対する基本式は次のようにLP (Linear Programming)として表わされる。⁽²⁾

$$\text{minimize : } V = \sum_{j=1}^s A_{sj} L_j = \sum_{j=1}^s M_{pj} L_j / K_j \dots \dots \dots (1a)$$

$$\text{subject to : } \sum_{j=1}^s M_{pj} \theta_{kj} \geq \lambda_0 e_k \quad (k=1, 2, \dots, p) \dots \dots (1b)$$

$$\text{and : } \lambda_1 M_j \leq M_{pj} \leq \lambda_0 M_j \quad (j=1, 2, \dots, s) \dots \dots (1c)$$

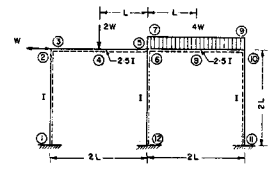


Fig. 1 Frame Geometry and Service loading

ここに, 式(1a)は最小鉄筋体積を目的関数として表示しており, 式(1b)はラーメンの全ての可能な崩壊機構に対する塑性平衡式を示し, 式(1c)は全節点に対する使用限界条件を意味している。また j =節点を示す記号, s =全節点数, k =可能な崩壊機構を示す記号, p =可能な崩壊機構の全数, V =ラーメンの全鉄筋体積, θ_{kj} =崩壊機構 k における塑性ヒンジ j の相対回転角, e_k =崩壊機構 k における外力仕事, λ_1 =充分な使用限界条件を満足する指定した降伏荷重係数, λ_0 =指定した設計終局荷重。

よって、式(1)より各節点の最適設計塑性モーメント M_{pj} が求められる。

4. 崩壊荷重解析に対する基本式

上界定理に基づけば、曲げ構造物の崩壊荷重解析に対する基本式は次のようにLPとして表わされる³⁾

$$\text{minimize: } \lambda_k = \sum_{j=1}^s M_{pj} \theta_{kj} \dots \dots \dots (2a)$$

$$\text{subject to: } \theta_{kj} = \sum_{i=1}^m t_{ki} \theta_{ij} \quad (j=1, 2, \dots, s) \dots \dots (2b)$$

$$\text{and: } \sum_{i=1}^m t_{ki} c_i = 1 \dots \dots \dots (2c)$$

式(2a)は単位外力仕事による崩壊機構 k の内部仕事を示し、式(2b)は崩壊機構 k の塑性ヒンジの相対回転角 θ_{kj} が基本崩壊機構 i の相対回転角 θ_{ij} の一次結合であることを意味し、式(2c)は崩壊機構 k が単位の外力仕事をするを表わしている。また i = 基本崩壊機構を示す記号、 m = 基本崩壊機構の全数、 λ_k = 崩壊機構 k の崩壊荷重係数、 t_{ki} = 基本崩壊機構 i が崩壊機構 k を形成する割合を示す係数。

よって、式(2)では塑性モーメント M_{pj} を既知として崩壊荷重係数 λ_k 、相対回転角 θ_{kj} および係数 t_{ki} を求めることになる。

5. 繰返し最適塑性設計法

上記式(1)および式(2)を繰返し適用することにより、所要の最適設計塑性モーメントがえられることになるが、以下例題により説明する。

図-1に示すラーメンを作用活荷重の全ての可能な組み合わせに抵抗するように設計する。まず設計荷重係数 $\lambda_0 = 1.8$ および $\lambda_1 = 1.2$ とし、部材の剛性比を図-1のように仮定すれば、図-2のような弾性包絡線モーメントがえられる。荷重状態が非対称であるゆえ、設計に対して左右2つの塑性平衡条件式が必要である。よって各節点の塑性モーメント M_{pj} をまず図-2の $\lambda_0 M_{pj}$ と仮定し、図-3の基本崩壊機構を用いて崩壊荷重解析を行えば、図-5, 6のような $k=1, 2$ に対する崩壊機構および荷重係数比 λ_2/λ_0 がえられる。ここで $k=1, 2$ に対する塑性平衡式を制約条件としたうえで、図-4の配筋図を用いて目的関数を定め、式(1)による最適塑性設計を行なう。えられた M_{pj} は式(2)によって検討され、図-6のように $\lambda_3 < \lambda_0$ であるゆえ、さらに $k=3, 4$ に対する塑性平衡式を制約条件に加えて設計される。以上のことを繰返し $\lambda_k > \lambda_0$ を満足したとき、最終の最適塑性モーメントが図-7のようにえられる。

6. 結語

本法によって、ラーメンの全ての可能な崩壊機構を見出す必要性がなくなり、設計に必要な塑性平衡条件が自動的に決定されることが認められた。なお、本研究はWaterloo大学 Cohn教授および Grierson助教授の指導を受け、当大学IBM360-75を使用したことを付記し、謝意を表する。

参考文献

1. Cohn, M.Z., "Optimum Limit Design for Reinforced Concrete Continuous Beam", Proc. ICE, Vol.30, 1965, p.675
2. Cohn, M.Z. and Grierson, D.E., "Optimal Design of Reinforced Concrete Beams and Frames Final Publications, 8th IABSE Congress, Sept. 1968
3. Grierson, D.E. and Gradwell, G.M.L., "Collapse Load Analysis using Linear Programming", Proc. ASCE, ST Division, Vol.97, No. ST5, May 1971

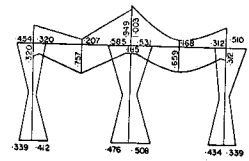


Fig. 2 Elastic Moment Envelope (P_1, P_2)

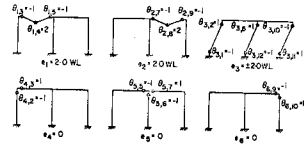


Fig. 3 Elementary Mechanisms

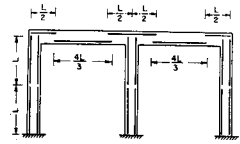


Fig. 4 Equivalent Reinforcement Lengths

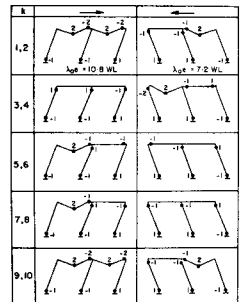


Fig. 5 Critical Collapse Modes (1)

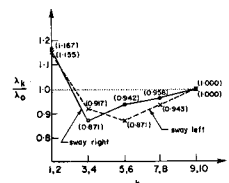


Fig. 6 Relative Safety (λ_k/λ_0) versus Collapse Mode (k)

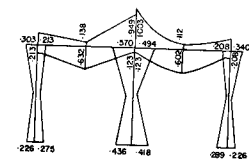


Fig. 7 Design Moments (P_1, P_2, P_3)