

中央大学理工学部 正会員 田岡 功
 清水建設(株) 正会員 田蔵 隆
 ○大成建設(株) 正会員 牧野 知夫

1. まえがき

現在多くの非線形計画法にもとづいた最適化手法が提案されている。しかし、これらの手法の実際面への適用を考えた場合、計算能力の乏しからいような制約を受けられる場合が多い。そこで、その制約を緩和するため、いくつかの方法の優れた点を組み込んだハイブリッドアルゴリズムの開発が考えられる。このような観点から、ハイブリッドアルゴリズムの実用性について若干の検討を試み、以下その結果を報告する。

2. ハイブリッド最適化アルゴリズム

上記のような非線形計画法の組合せは種々考えられるが、ここでは図-1のマクロ・チャートに示すよう、Complex法とDavidon法を組合せた方法について検討した。

Complex法は最適解探索の初期段階で大局解と見出すのに有効である。その大きな理由は、疑似乱数を用いることと、一度に多くの点の関数値を評価して次の探索方向を指示するところにある。また、この手法は制約条件式とそのまま取扱うことができない利点をもっている。しかしながら、最終段階での収束率が大きくなることは必ずしも期待できない。

一方、Davidon法(DFP法、Variable Metric法)は共役傾斜方向を利用して解を探索する方法で、最適設計には現在最も有効であると考えられているものである。この手法は、同じく有効視されるPowellのDirect Search法とよく比較されるが、変数が多くなる実際の問題ではこの方法の方が望ましいと思われる。さらに、最小値の近傍での収束率は非常に良いことが計算経験から知られている。

ここで述べる考察は、以上の2方法の特性を考慮して、Complex法を最適解探索の初期段階で用いて大域的な収束を求め、さらに最終段階でDavidon法を用いて精密解を得ようと意図したものである。

3. SUMT変換式

ここで、Davidon法では制約条件式をそのままの形で取扱うことができないので、制約条件式を組み込んだSUMT変換式が用いられる。そのSUMT変換式は一般に次のような形を示される。

$$P(x, \lambda_k) = f(x) + \lambda_k \sum S_i / g_i(x) \quad \text{--- (1)}$$

ここで、 $f(x)$; 目的関数、 λ_k ; $k=1, 2, \dots$ に対して $\lambda_k \rightarrow 0$ とする数、 S_i ; スケールファクター、 g_i ; 制約条件式 さらに $i=1, 2, \dots, m$ である。

しかし、(1)式は許容領域と非許容領域との境界面が不連続となり、特に最小値の近傍(λ_k が十分に0に近いとき)では境界面が深く鋭い谷となる。その結果、最終段階に近づくほど、一次元探索に依りて探索点が許容領域から飛び出してしまう可能性が大となり、探索がきつめな不安定になりやすい。(図-2) このような欠点を補うために、ここでは逆正接関数の性質を利用して次のような変換式を導入した。

$$P(x, \lambda_k) = f(x) + \sum S_i \left\{ \arctan(g_i(x) / \lambda_k) + \pi / 2 \right\} \quad \text{--- (2)}$$

この変換式によれば、境界面は連続で、非許容領域における関数の値は許容領域内の値よりも常に大きい。もちろん、 λ_k を十分に小さくすれば本来の目的関数 $f(x)$ に近づくという性質も有している。

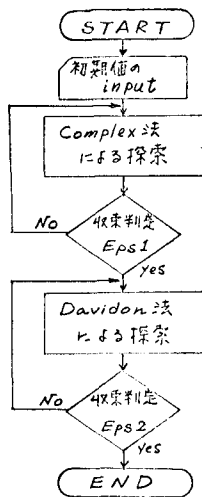


図-1 マクロ・チャート

いま、例2は

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 \quad \dots\dots (3)$$

$$g(x) = x_1^2 - 2x_1 - x_2 + 2 \leq 0 \quad \dots\dots (4)$$

を考えたば、(2)式で与えられる変換式は($S=1$)

$$p(x, k) = x_1^2 + x_2^2 + \left\{ \arctan \left[\frac{(x_1^2 - 2x_1 - x_2 + 2)/k}{k} \right] + \pi/2 \right\} \quad \dots\dots (5)$$

となり、二の場合の状態図は2つの k の値に対して図3-1のようになる。二の図における境界面付近での関数 p の変化の様子から、(5)式の変換式によって、一次元探索の不安定性が解消され収束が高められることがわかるであろう。

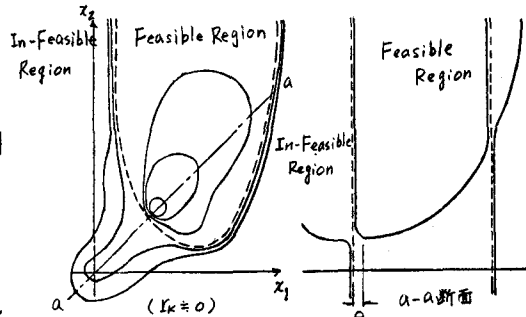


図-2 通常のSUMTを用いたときの等高線(ε=ステップ幅)

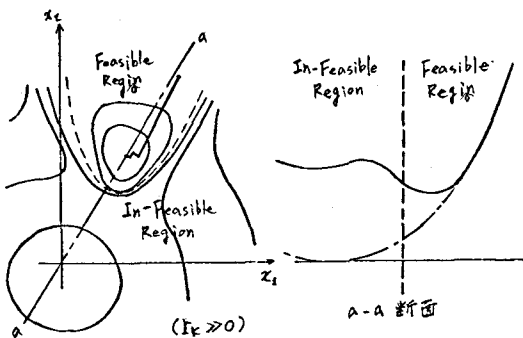


図3-1 (2)式のSUMT変換による等高線 ($k > 0$)

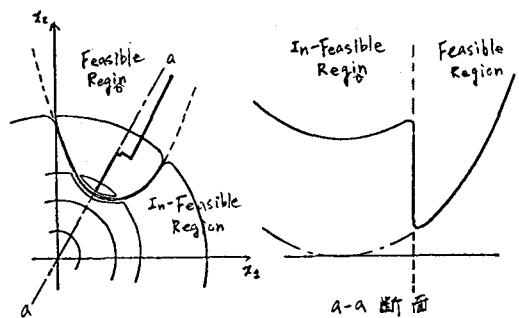


図3-2 ($k = 0$)

4. 例題(図-4, 表-1)

前節で述べた手法を用いた行なったI型はりりの最小重量設計結果の一例を下記に示す。

目的関数

$$f = x_1 x_2 + x_3 x_4 + x_5 x_6 \rightarrow \text{Min.}$$

制約式

$$g_1 = \sigma_c - \sigma_{ca}$$

$$g_2 = \sigma_t - \sigma_{ta}$$

$$g_3 = z - z_a$$

$$g_4 = M - M_{cr}$$

$$g_5 = \sigma_c - \sigma_{cr}$$

$$g_6 = z - z_{cr}$$

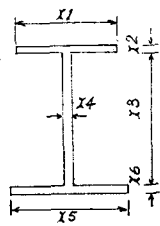


図-4

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	重量
初期値 $r=1$	60.0000	3.0000	200.0000	2.0000	60.0000	3.0000	760.0000
Complex法	49.9878	2.8815	139.8171	1.1853	58.9901	2.1923	439.119
Davidon法	49.9572	2.7528	138.8020	1.1544	58.9414	2.1319	423.412
$r=10^{-2}$	49.9704	2.7074	138.9877	1.1480	58.9566	2.1002	418.668
$r=10^{-4}$	49.9705	2.7071	138.9878	1.1529	58.9567	2.1023	419.559
$r=10^{-6}$	49.9704	2.7074	138.9877	1.1480	58.9566	2.1002	418.668

表-1

5. あとがき

4節に示した例題の限りでは、Complex法で与えられる良い収束を得ているため、ハイブリッドアルゴリズムの十分なメリットがあらわれていないが、少なくとも計算精度が向上している点は認められるであろう。なお新しい変換式の有効性については通常のSUMT変換式と比較して十分な本研究には検討を要する問題点が残されているがこれは今後の研究課題とした。

本研究に際しては 東京大学 片山恒雄助教授ならびに中央大学 川原睦人講師に御指導いただいたこと深く感謝の意を表す。