# I-102　設計条件に幅がある場合の最適設計

信州大学工学部　正員　長　尚

1．まえがき

土木構造物の設計の分野では，最適設計はまだ実用の段階に至つていない。その主な原因の一つに設計変数および制約条件式が非常に多く，そのために計算機の能力を越えたり，計算費用がかさむということが挙げられる。特に荷重とか物理常数などの設計条件が一定値でなく，幅がある場合には，さらに計算容量および時間を要することになる。本文はかかる問題についての一改善法について述べ，計算例を示したものである。

2．計算法

設計条件に幅がある場合の扱い方として，最もオーソドックスな方法は，設計条件が変化する範囲のすべてにわたつて（実際の計算ではその範囲を細かに分割したすべての点について），制約条件式を作成して，最適化の手法を適用するものであろう。すなわち，　$w_\ell \sim w_u$　の幅を持つた設計条件を w としたとき，

$$g_{ij}(w_j, \mathbf{x}) \leqq 0,\ (i = 1, \cdots\cdots, m), (j = 1, \cdots\cdots, N), (w_j = w_\ell + j(w_u - w_\ell)/N), \quad \cdots\cdots(1)$$

を制約条件に用いる方法で，制約条件式の数は　$m \times N$　個と非常に多くなる。これに類似した方法として，Zoutendijk が SUMT を利用して提案した，次の罰金関数を用いる方法がある。すなわち，目的関数を $f(\mathbf{x}) \to \min$ とするとき

$$P(\mathbf{x}, r_k) = f(\mathbf{x}) - r_k \sum_{i=1}^{m} \left\{ \frac{1}{w_u - w_\ell} \int_{w_\ell}^{w_u} \frac{dw}{g_i(w, \mathbf{x})} \right\} \longrightarrow \min \quad \cdots\cdots(2)$$

とするものである。

しかしこれらの方法は，いずれも非常に多くの計算を要するものであり，数学的な定式化としての意味はあつても，このままの形で実用設計に用いることはほとんど不可能であるといつてもよいであろう。そこでこれらの方法において，計算量を減らす一手段として，分割点すべてについて制約条件を考えず，モンテカルロ法により，その数を減らすことも考えられるが，これは精度の点において欠点がある。

さて，ここで提案する方法は次に述べるように二つの特徴がある。その一つは，最適化の段階では，幅を持つた設計条件を一定値に固定して最適化の計算の簡略化を計つたことである。この場合一定値に固定したことによつて制約条件を満足しないことが生ずるが，これは　$w_\ell \sim w_u$　間で生ずる，制約条件を満たさない確率（以下これを危険確率という）と，その制約条件を，はみ出た量の最大値が，予め決めた許容値以下になるまで，条件を変化させて計算を繰り返す。これにより，制約条件をきびしく考えた場合より，実用的見地から繰り返し回数を減らそうとしたことも，もう一つの特徴である。

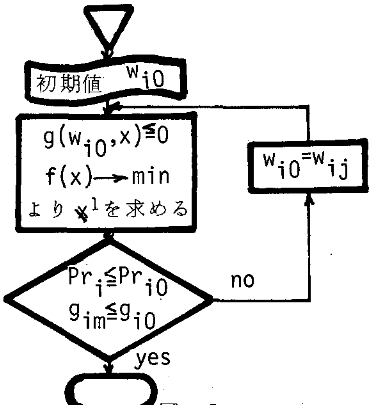
具体的には次のような手順により計算を進める。まず幅を持つた設計条件の値を各制約条件式毎に一定値 $w_{i0}$（初期値）に固定し，　$g_i(w_{i0}, \mathbf{x}) \leqq 0 \quad \cdots\cdots (3)$　なる制約条件と，目的関数 $z = f(\mathbf{x}) \to \min \cdots (4)$ に最適化の手法を利用して，式（3）の条件下の最適解　$\mathbf{x}^1$を求める。次にこの $\mathbf{x}^1$ を用いたときの危険確率　$Pr_i(g_i(w, \mathbf{x}^1) > 0)$　と，各制約条件式の最大値 $g_{im}$ とそのときの w の値 $w_{ij}$，すなわち　$g_{im} = \max\{g_i(w_{ij}, \mathbf{x}^1)\}$　を求める。ここでもし予め何らかの方法で決めておいた許容確率 $Pr_{i0}$ および許容最大値 $g_{imo}$　に対して　$Pr_i \leqq Pr_{i0}$　，$g_{im} \leqq g_{imo}$ $\cdots\cdots$（5）が成立したら $\mathbf{x}^1$ を最適解とする。式（5）が成立しなければ，$w_{i0}$ を $w_{ij}$ とおきかえて，式（3）以下を式（5）が成立するまで繰り返す。以上のことをフローチャートにして示したのが図－1である。ところで一般に構造物の設計問題においては，与えられた設計条件に幅がある場合でも，幾つかの制約条件式ではその設計条件のどの辺の値が最もきびしい制約条件になるか，ほぼ見当がつくことが多い。したがつてこの点を考慮して w の初期値 $w_{i0}$ を選ぶと，繰り返し回数はさらに減ることになる。なお，危険確率 $P_{ri}$ の計算に用いる w の確率密度関数は

，wの性質によつて，一様分布，正規分布，$\beta$分布などとする。例えば，荷重の位置座標をwにとり，一様分布，

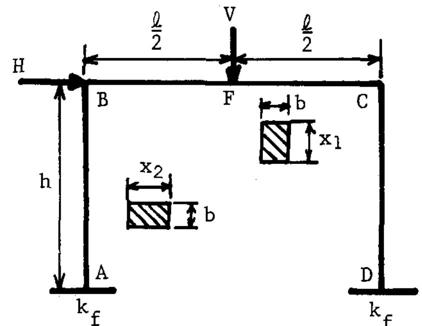
$p(w) = 1/(w_u - w_\ell)$ を用いれば，移動荷重を本法で扱うことが可能となる。また物理常数などのようにその値の上下限値が推定できる場合には$\beta$分布などを用いるとよいであろう。

3．計算例

図ー2に示すような，基礎の条件の変動を考慮した門形ラーメンの最適弾性設計について述べる。この例では，与えられる設計条件は，荷重V，H，高さh，スパン$\ell$，はりおよび柱の幅b，弾性係数E，許容応力度 $\sigma_a$ ，および基礎の剛比 $k_f = k_{f\ell} \sim k_{fu}$であり，設計変数は，はりおよび柱の高さ $x_1, x_2$ である。制約条件は，はりのF，C点および柱のC，D点の最大応力度が $\sigma_a$ 以下であることと，$x_1$ および $x_2$ がそれぞれ$x_{1u}$, $x_{2u}$ 以下であることの6式とする。目的関数は使用材料の容積が最小となることとする。基礎の剛比は地盤の反力係数に左右され，反力係数はかなり幅を持つた値として考えなければならないので本法を適用するものとする。本例ではF点およびD点の応力度が最大となる基礎の剛比はそれぞれ，$k_{f\ell}, k_{fu}$ の場合であることはすぐ見当がつくが，C点では，Hの大きさによつて，用いるべき $k_f$ の値は違つてくる。特にHがVに比べて小さい場合にはその値の目安はつけ難い。そこで，C点の応力に関する制約条件式においては$k_{f\ell}$と$k_{fu}$ の中間値を初期値に採用することとした。計算例として，V＝50 t，H＝1.8 t，h＝10 m，$\ell$＝8 m，b＝20 cm, E＝2.1×10$^6$ kg/cm$^2$, $\sigma_a$＝1400 kg/cm$^2$, $k_{f\ell}$＝0.5，$k_{fu}$＝3.0，$x_{1u}$＝45 cm，$x_{2u}$＝20 cm，$Pr_0$＝0.0（制約条件を最もきびしく考えて），$g_{m0}$＝0.0 を用いた結果，繰り返し回数2回で最終最適解 $x_1$＝45 cm， $x_2$＝19.3 cmを得た。なおこの例では，C点の制約条件は，はりでは $k_f$＝3.0，柱では $k_f$＝0.5 の場合がそれぞれ最もきびしい条件となつた。また使用した最適化の手法は反復線形計画法（SLP）である。




図ー1




図ー2

4．あとがき

最適設計を実用化するためには，問題を単に定式化するに止まらず，技術的判断により制約条件および変数の数を減らして最適化の計算を簡単にすることがどうしても必要であり，また制約条件を問題によつてはある程度緩めることも必要である。このような観点から，前述のように，本法は制約条件の数を減らし，場合によつては制約条件を緩めて計算容量および時間の節約を計つたものである。さらにこの方法は設計変数を減らす手段にも援用できる。すなわち，設計変数すべてを同時に最適化の段階で変数とするのではなく，その一部を交互に固定化して最適化の計算の簡略化を計ることも問題によつては可能であろう。なお前述のように本法は移動荷重を受ける構造物の最適設計問題に適用でき，目下，移動荷重を受ける変断面連続ばりの最適設計の計算を進めている。

参考文献


1） 長 尚 ： 構造物の最適設計，朝倉書店，昭和46年

2） 長 尚 ： 基礎の条件を考慮したラーメンの解法，理工図書，昭和47年