

北海道大学工学部 正員 渡辺 昇
 ○ 北海道大学工学部 学生員 杉本 博之

1. さえがき 補剛アーチ橋としては代表的なものにローゼ橋, またその特殊な形式としてランガー橋, タイドアーチがあり, すでにそれぞれの観点から, それらの得失, 構造特性が発表されており, また実際に施工されている。本論文は, ローゼ橋の最適設計を行ない, その結果より上の3種類の形式の経済性を論じ, 同時に最適設計の面からの補剛アーチ橋の構造特性—最適性, 最適なライズ比, 鋼種の組み合わせによる影響, 各断面寸法等—を調べたものである。

2. 記号の定義及び仮定 補剛アーチ橋は図-1のようにその形状を仮定する。本文中で用いる記号は以下のように定義される。

L : 支間, λ : 格間長, $(n+1)$: 格間数, O_k : 上弦材の長さ α_k ; 上弦材の傾き, y_k : 吊材の長さ, A_k^u : 上弦材の断面積, A_k^l : 下弦材の断面積, I_k^u : 上弦材の断面二次モーメント, I_k^l : 下弦材の断面二次モーメント, U_k^l : 下弦材の換算長 $= \lambda / I_k^l$, $l_k^u = \alpha_k / I_k^u + \lambda / I_k^l$, M_k^u : 上弦格点の曲げモーメント, M_k^l : 下弦格点の曲げモーメント, m_k : 単純梁としての格点の曲げモーメント, H : 弦材軸力の水平成分, V_k : 格点におけるモーメント分配率, B : 上弦材断面の内幅, h_k^u : 上弦材の腹板高, h_k^l : 下弦材の腹板高, f : ライズ, W : 幅員, P_0 : 節点死荷重, P_k : 節点活荷重。

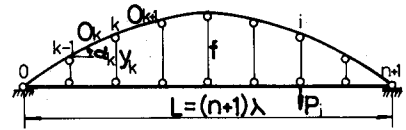


図 - 1

鋼種はSM41, SM50, SM53の3種類考慮し, 上下弦材・吊材においてそれぞれ一定とした。図では1, 2, 3と示してある。断面形状は, 上弦材が箱型, 下弦材はI型, 吊材は正方形断面としている。橋格は一等橋, 目的関数は重量としている。細部の規程は道路橋示方書(昭和48年)に従った。

3. 理論の概要 ローゼ橋の曲げモーメントは次のように表わすことのできる⁽¹⁾。

$$M_{k,i}^u = V_k (M_{k,i}^u - y_k H_i), \quad M_{k,i}^l = (1 - V_k) (M_{k,i}^u - y_k H_i) \quad (1)$$

ここで, V_k は分配率であり近似的に次のようになる。

$$V_k = (U_k^l + U_{k+1}^l) / (l_k^u + l_{k+1}^u) \quad (2)$$

また, 軸力の水平成分 H_i は最小仕事の原理を適用して次のように表わすことのできる。

$$H_i = \frac{\sum_{k=1}^i y_k M_{k,i}^u}{\sum_{k=1}^i (y_k^2 + \cot^2 \alpha_k / A_k^u + \lambda / I_k^u)} \quad (3)$$

$$V_k = V_k^2 \sec^2 \alpha_k / I_k^u + (1 - V_k)^2 / I_k^l$$

最適設計の方法は, 上式を用いてローゼ橋の個々の部材の内力を計算し, その中でcriticalな内力に対する最適断面を上下弦材それぞれにおいて計算し⁽³⁾, 全部材が収束するまでこの過程を繰り返すのである。次にこのようにして得られた全応力設計に対して, 個々の部材の断面積を10cm²ずつ1000cm²増加させ, 他の部材はその条件下に全応力設計を行なうという方法により最適性の検討を行ない同時に局所的最適解の有無を調べた。

設計変数としては, 個々の部材の断面寸法他にライズ f を含み, 分割数 $(n+1)$, 鋼種の組み合わせをパラメーターとして計算し, 最適な分割数等の考察を加えている。最適なライズは二次補間法を用いて計算した。上弦材の内幅 B は, 上弦材1のcriticalな荷重条件による軸力に対して, 軸力のみを受ける部材として最適な正方形断面を計算し⁽²⁾, その正方形断面の内幅を用いることにした。この値は最適内幅よりも少なめの値を与えるようであるが, この程度の誤差は目的関数に大きな影響を及ぼさない。上下弦材の腹板高は, それぞれ個々の部材の最適腹板高の平均値を用いた。吊材は応力と同時に細長比に関する拘束も考慮し, 全部材等断面とした。

ランガー桁の内力は、式(1)、(3)において $Y_{e2} = 0$ とおくことにより次式を得る。

$$M_{e2}^u = m_{e2} - y_{e2} H_{e2}, \quad H_{e2} = \sum_{k=1}^n m_{e2} \frac{y_{e2}}{I_{e2}} \frac{1}{\sum_{k=1}^n (y_{e2}^2 / I_{e2} + \sec^2 \alpha_{e2} / A_{e2} + 1 / A_{e2}^0)} \quad (4)$$

最適設計の方法は、上述したローセ桁の場合とほとんど同様である。違ふ点は、上弦材において、最適設計の方法⁽²⁾、内幅 B は上弦材が正方形となる値を、腹板高はそれぞれの部材の最適値を用いた等である。

次に、ローセ桁の最適設計において、得られた補剛アーケ桁をランガー桁と見なし得るかということも本論文の目的の一つである。モーメント分配率がその判断の基準の一つとなるが、上述の考え方では、最適解の分配率は知ることができず、目的関数に対する分配率の影響は知ることができないので、以下に説明する特殊なローセ桁に対して全応力設計を行ない判断の一つのデータとした。

今、ローセ桁において、 $I_{e2}^u = (n-1)I_c$ 、 $I_{e2} = I_c \sec^2 \alpha_{e2}$ とすると、分配率は $1/n$ となる。 I_c は支間中央における上弦材の断面二次モーメントである。文献(3)より、 $I_c^u = a^2 \sqrt{A_c^u}$ 、 $I_c = b^2 \sqrt{A_c}$ (a, b は各鋼種ごとに与えられている。)であり、また、上弦材において $I_c = C(A_c)^2$ と仮定すると、支間中央における上弦材の断面積 A_c^u は、次のように下弦材の断面積 A_c^0 の関数として表現できる。

$$A_c^u = \sqrt{\frac{ab}{2C(n-1)}} A_c^0 \quad (5)$$

さらに、 $A_{e2}^u = A_c^u$ 、 $A_{e2}^0 = A_c^0 \sec^2 \alpha_{e2}$ と仮定すると総体積 V は、

$$V = \lambda \left(\sqrt{\frac{2ab}{C(n-1)}} \sum_{k=1}^n \sec^2 \alpha_{e2} + n + 1 \right) A_c^u + A_c^0 \sum_{k=1}^n y_{e2} \quad (m = \frac{n+1}{2}) \quad (6)$$

となり、吊材断面積 A_c^u は細長比の上限で決定されるので、総体積 V は A_c^0 、 λ の関数となり、等分布荷重 P と支間中央に作用する集中荷重 R に対して、分配率 $1/n$ を固定して A_c^0 を計算し、分配率の総体積に対する影響を知ることができた。 f, B は上の計算結果を利用した。

計算に用いた荷重については詳細を略して結果のみを示すと、節点死荷重 P_0 、節点活荷重 R は次式より求めた(図-2参照)。

$$P_0 = (1.5 + 0.25W)\lambda, \quad R = (5 + 0.7\lambda) \frac{W^2 + 11W - 30}{4W} \quad (7)$$

ここで、 P_0, R はトンであり、 W, λ はメートル単位である。

4. 補剛アーケ桁の最適性について 上述した考え方を用いてローセ桁、ランガー桁両方の最適性の検討を行なったが、全部材について総体積は断面積の増分に依りてほとんど直線的に増加した。このことは、少なくとも全応力設計の収束点を中心とする半径 100cm^2 の超球内に局所的最適解の存在しないことを証明し、直線的に増加する総体積-増分の関係から、補剛アーケ桁では全応力設計の結果が最適であると思われる。

5. 最適設計と構造特性 まずローセ桁の最適設計であるが、個々の設計変数の結果はランガー桁の最適設計の結果とほとんど同じであった。このことと自身ランガー桁への収束を意味するものと思われるが、さらに分配率-支間の関係を示すと図-3のようになり、支間 200m 以下では分配率は $0.01 \sim 0.05$ に収束していた。また、特殊なローセ桁による総体積-分配率の関係は図-4に示してあるが、支間に関係なく分配率 0.01 で最小値を示しており、 λ が1に近づくとき $30 \sim 40\%$ の体積の増加のあることを示している。図-4は全部材SM41の場合である。

図-5以下はランガー桁の最適設計の結果をまとめたものである。図中、 $i-j$ は、上弦材の鋼種が i 、下弦材の鋼種が j ということを示している。吊材はすべてSM41を用いている。幅員は 8m の場合である。分割数は、 $L/10 + 8$ (L はメートル)まで計算し、細分した方が重量は少ないという

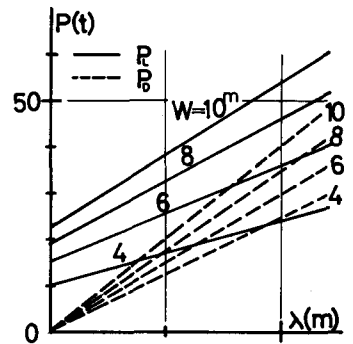


図-2

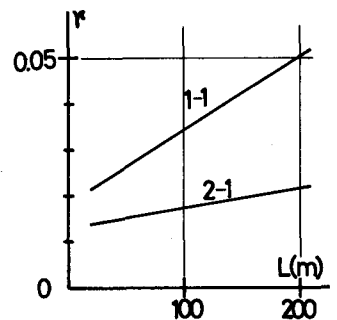


図-3

結果を示したが、施工費の増加ということもあるので、図はすべて分割数 $L/10+2$ の場合である。

図-5は、ライズ比-支間の関係を示したものである。従来設計に用いられている値(≒7)よりも小さいライズ比を与えていることがわかる。

図-6は、腹板高-支間の関係を示したものである。

図-7は、各部材断面積-支間の関係を示したものである。

上弦材は部材1, 下弦材は最大の値(おおよそ $\frac{1}{4}$ 点)である。

図-6, 7において, 1, 2, 3-1等の表現のあるがこれは, 各断面寸法が, 上下弦材の鋼種の組み合わせに関係なく, それ自身の鋼種に依存していることを示している。

6. 結論 二次補間法等の簡単な非線形計画法を用いて, 補剛アーチ橋の最適設計を行ない, その2, 3の特性を明らかにした。

補剛アーチ橋は, その設計変数の他の構造物に比較して少なく(例えば, 幾何的形狀に関する設計変数は, アーチ軸線を放物線と考えるとライズと格間数だけになる。), また内力の計算式が簡単に表示できるなど, 従来研究されている最適設計法を用いてその特性を知るとは比較的容易であった。

結論を箇条書にすると, ①補剛アーチ橋では, ランガ-桁の最適な橋梁形式下であると思われる。②最適なライズ比は, 従来設計されているものより小さい。③補剛アーチ橋に関しては, 全応力設計の結果の最適であると思われる。④各部材の断面寸法は, 上下弦材の鋼種の組み合わせに関係なく, それ自身の鋼種に依存する。

なお, 補剛アーチ橋では, 全体座屈も重要な問題であり, 今後考察を加える必要があるであろう。

本論文の計算は, 北海道大学大型計算機センター FACOM 230-60 を使用した。

(参考文献)

- (1) 平井敦; “鋼橋Ⅲ”, 1967年
- (2) 杉本博之; “トラス構造物の实用的最適設計に関する研究”, 工学会論文報告集, 第208号, 1972
- (3) 渡辺昇・杉本博之; “景組構造物の最適設計(その3)”, 工学会北海道支部論文集, 1973

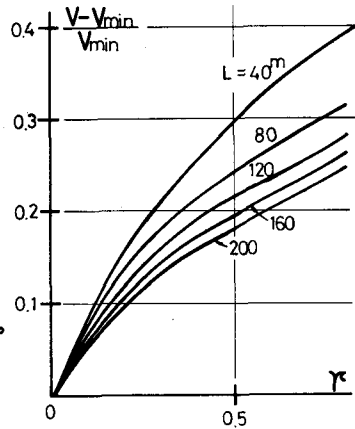


図-4

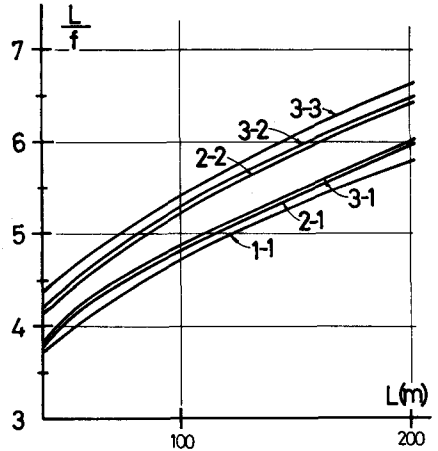


図-5

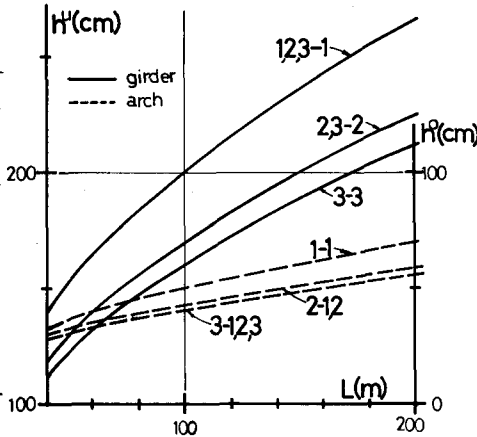


図-6

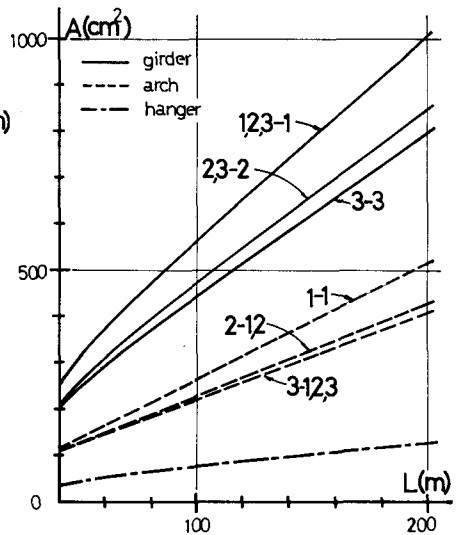


図-7