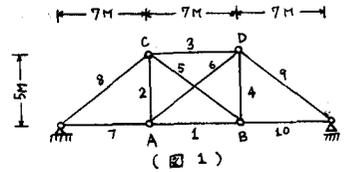


愛媛大学工学部 正員 大久保 稔  
愛媛大学大学院 学生員 畠田 隆司

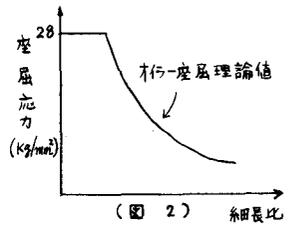
1. まえがき 構造物の設計において考慮すべき安全率に関して、近年確率論あるいは信頼性理論を用い、経済性を考慮して合理的に決定しようとする試みがなされている。その経済性の評価関数としては、初期建設費のみを考慮する場合、構造物が破壊することにより社会におよぼす損失をも考慮する場合の2つの方法が考えられているが、本研究は後者の考え方にとづき、図1に示す不静定トラスの最適な部材断面および破壊確率をSLP法により決定する方法について述べるものである。

2. 破壊の定義 構造物の破壊には種々の状態が考えられるが、本研究ではトラスの破壊状態として ① 1部材でも応力が降伏点を越えるかまたは座屈したとき 構造物が破壊すると定義した場合（弾性理論にもとづく解法） ② 弾塑性解析により構造物の破壊を定義した場合 についてそれぞれ検討を行なうこととした。



3. 弾性理論による解法

3-1. 破壊確率の算定 トラスの破壊を2) ① のように定義した場合、部材の破壊は降伏状態および座屈状態（図2）と考え、部材iの軸力および抵抗力が共に正規分布をなすとし、それぞれの平均値および標準偏差を  $\mu_{SL}$ ,  $\mu_{RL}$ , および  $\sigma_{SL}$ ,  $\sigma_{RL}$  とすると、部材iの破壊確率 ( $P_{Fi}$ ) は次式より計算される。



$$P_{Fi} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\beta_i} e^{-(1/2)z^2} dz = \Phi(-\beta_i) \quad (1)$$

ここに  $\beta_i = \frac{\mu_{RL} - \mu_{SL}}{\sqrt{\sigma_{RL}^2 + \sigma_{SL}^2}}$  である。

また図1における節点A, Bに作用する活荷重は自動車荷重のSimulationにより求めたが、各節点に作用する外力は互いに独立とみてよい。ここでA, Bに働く外力が平均値 ( $\mu_L$ ), 標準偏差 ( $\sigma_L$ ) の正規分布とすれば、部材iに働く軸力は

$$N(C_{iA}\mu_L + C_{iB}\mu_L, \sqrt{(C_{iA}\sigma_L)^2 + (C_{iB}\sigma_L)^2}) \quad (2)$$

ここに  $C_{iA}$  は節点Aに単位荷重が作用したときの部材iに働く軸力

$N$  は正規分布を表わす。

構造物の破壊確率 ( $P_F$ ) は2) ① の仮定より次式によって求められる。

$$P_F = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{Fi}) \approx \sum_{i=1}^n P_{Fi} \quad (3)$$

3-2. 期待損失費用 (目的関数) 本研究では1) で述べたごとく期待損失費用 ( $M_0$ )

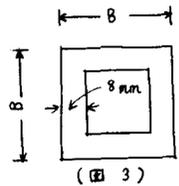
として初期建設費 ( $C_0W$ ) に加えて構造物が破壊したことによる社会的な損失 ( $PN \cdot P_F$ ) をも考慮している。したがって

$$M_0 = C_0W + PN \cdot P_F \quad (4)$$

ここに  $C_0$ , 構造物単位重量当りの初期建設費  $W$ , 総部材の重量

$PN$ , 構造物破壊時における社会的損失

3-3. 影響係数の算定 設計変数として各部材の断面積 ( $A_i$ ) を考え、各部材は図3に示す正方形箱形断面を有するものとすれば、 $M_0$  の影響係数は次式より求められる。



$$\frac{\partial M_0}{\partial A_j} = C_0 L_j + PN \frac{\partial P_F}{\partial A_j} \quad (5)$$

ここに  $L_j$  は  $j$  部材の部材長

不静定トラスではある部材の断面積 ( $A_j$ ) の変化が他の部材の部材力に影響を与え、 $P_{Fi}$  ( $i=1, \dots, 10$ ) も変化する。したがって上式の  $\frac{\partial P_F}{\partial A_j}$  は次式となる。

$$\frac{\partial P_F}{\partial A_j} = \sum_{i=1}^{10} \frac{\partial P_{Fi}}{\partial A_j} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^{10} e^{-\frac{1}{2}\beta_i^2} \frac{\partial \beta_i}{\partial A_j} \quad (b)$$

(表 1)

3-4. 計算例 図1に示すトラスにおいて、 $C_0 = 1.0 \times 10^3$  円/kg,  $PN = 1.0 \times 10^{10}$  円, 鋼材の降伏点として  $N$  ( $28 \text{ kg/mm}^2, 5.0 \text{ kg/mm}^2$ ), 圧縮部材の座屈抵抗力の変動係数  $\lambda = 0.02$ , 節点 A, B に働く活荷重  $N$  ( $4.52 \text{ ton}, 2.59 \text{ ton}$ ), 床版の死荷重  $2.625 \text{ ton/m}$  を用いて得られた結果が表1である。

部材番号	初期断面積はすべて $1.0 \times 10^4 \text{ mm}^2$		初期断面積はすべて $5.0 \times 10^3 \text{ mm}^2$	
	最適断面積 ( $\text{mm}^2$ )	$P_{Fi}$	最適断面積 ( $\text{mm}^2$ )	$P_{Fi}$
1	6206	$0.3 \times 10^{-5}$	5494	$0.57 \times 10^{-5}$
2	5077	$0.16 \times 10^{-5}$	4495	$0.28 \times 10^{-5}$
3	4154	$0.24 \times 10^{-5}$	4065	$0.13 \times 10^{-5}$
4	5077	$0.16 \times 10^{-5}$	4495	$0.28 \times 10^{-5}$
5	374	$0.95 \times 10^{-6}$	447	$0.52 \times 10^{-6}$
6	374	$0.95 \times 10^{-6}$	447	$0.52 \times 10^{-6}$
7	5615	$0.54 \times 10^{-5}$	5491	$0.61 \times 10^{-5}$
8	5077	$0.34 \times 10^{-5}$	4968	$0.59 \times 10^{-5}$
9	5077	$0.34 \times 10^{-5}$	4968	$0.59 \times 10^{-5}$
10	5615	$0.54 \times 10^{-5}$	5491	$0.61 \times 10^{-5}$
	$C_0 W + PN P_F = 2.51 \times 10^8$ 円	$\sum P_{Fi} = 0.191 \times 10^{-4}$	$C_0 W + PN P_F = 2.59 \times 10^8$ 円	$\sum P_{Fi} = 0.377 \times 10^{-4}$

部材断面積の初期値をかえることにより、目的関数の値は変化しないが 各部材の最適断面積および  $P_F$  の異なり、結果が得られたことは、興味ある点である。

4. 弾塑性解析による解法 不静定構造物では1部材の破壊が、必ずしも構造物全体の破壊とにならない場合が生じる。このことを考慮すると、図1に示すトラスの破壊確率 ( $P_E$ ) は次式より求めることができる。すなわち

$$P_E = 1 - P(M_1 \cap M_2 \cap \dots \cap M_{10}) = P(E \cap M_7 \cap M_8 \cap M_9 \cap M_{10}) \quad (7)$$

ここに、 $M_i$  は  $i$  部材の二れぬない事象を表わし、 $E$  は1~6部材のうちどれか1本の部材が破壊し、他の5本の部材は破壊しない事象を表わす。

上式における  $P(E)$  を計算するためには、弾塑性解析を用いなければならないがその基本的な考え方は次のとおりである。すなわち図4に示す節点 A, B に働く荷重密度曲線を、 $n$  個の柱状密度関数で近似させ、 $j$  番目の中央値を  $M_{Lj}$ ,  $k$  番目の柱状面積を  $\Delta A_{Lk}$  とする。いま荷重を  $M_{Lj}, M_{Lk}$  とすれば、各部材に働く軸力 ( $k_L$ ) は (2) より  $k_L = C_{Lj} M_{Lj} + C_{Lk} M_{Lk}$  となる。次に各部材のうち破壊確率の最大の部材を求め、そのためには

$$K_L = \min \left( \frac{k_L - U_{RL}}{\sigma_{RL}} \right), \quad (\text{ただし } i=1, 2, \dots, b) \quad (8)$$

とし  $K_L$  が最大になるときの  $i$  を  $i^*$  とすれば、この部材の破壊確率は

$$\Delta P_{Fi}^* = \Delta A_{Lj} \cdot \Delta A_{Lk} \cdot K_L^* \quad (9)$$

また  $i^*$  部材が塑性流れまたは座屈をおこした状態について塑性解析をおこない (図6)

残りの部材力を計算し、次式より5部材とも破壊しない確率を求める。

$$\Delta P_S = (1 - \Delta P_{F1}) (1 - \Delta P_{F2}) \dots (1 - \Delta P_{F5}) \quad (10)$$

同様にして別の組み合わせの  $M_{Lj}, M_{Lk}$ , ( $j=1, 2, \dots, n, k=1, 2, \dots, n$ ) について  $\Delta P_{Fi}^*, \Delta P_S$  を計算し

$$P(E) = \sum_{k=1 \dots n} \sum_{j=1 \dots n} \Delta P_{Fi}^* \cdot \Delta P_S \quad (11)$$

により  $P(E)$  を求めることができる。

以上のようにして弾塑性解析により最適解を求めることができるが、計算結果については講演当日発表する予定である。

