

大阪市立大学工学部 正員 山口寿男  
 大阪市立大学工学部 正員 中井 博

1. まえがき

開断面を有する曲線桁橋に荷重が作用すると、曲げとねじりの連成作用により変形が大きくなり、これらの変形の影響によって、さらに付加断面力が発生し、曲線桁橋は微小変形理論によるものと異なった力学的挙動を呈する。著者等はこのような非線形挙動を明らかにするため、変形を考慮した基礎微分方程式をテンソル解析と変分原理によって誘導した。本文では、この方程式の妥当性を検討するために、任意荷重を受ける曲線桁橋の静的挙動の解析を試みたものである。解析方法はTransfer matrix法によったが、方程式の非線形項は逐次近似法を用い、simulation法によって解析を行なったものである。

2. 基礎式

幾何学的非線形性を考慮した曲線桁橋の断面力と外力の関係はつぎのようになる<sup>1)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} N' + M_3'/R - \frac{R}{\rho} \{ (N^* \varphi_3)/R - (M_y^* \beta)'/R \} &= -q_x - m_3/R \\ M_3'' - N/R - \frac{R}{\rho} \{ (N^* \varphi_3)' - (M_y^* \beta)'' \} &= q_y - m_3' \\ M_y'' + (T_s + T_w)'/R - \frac{R}{\rho} \{ (M_3^* \beta)'' + (M_3^* \varphi_4)'/R + (M_y^* \varphi_3)'/R - (N^* \varphi_3)' \} &= -q_3 + m_y' \\ (T_s + T_w)' - M_y/R - \frac{R}{\rho} \{ M_3^* \varphi_3' + M_y^* \varphi_3' \} &= -m_x \end{aligned} \right\} (1)_{1-4}$$

ここに、 $\rho = \alpha/Rd\phi$ 、 $N$ ；軸方向力、 $M_y, M_3$ ； $y, z$  軸回りの曲げモーメント、 $T_s$ ；St. Venantのねじりモーメント、 $T_w = \alpha M_w/Rd\phi$ ；2次ねじりモーメント、 $M_w$ ；曲げねじりモーメント

$T = T_s + T_w$ ；全ねじりモーメント

また、断面力と変形量の関係はつぎのようになる。

$$\begin{bmatrix} M_3 \\ M_y \\ N \\ M_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EI_3 & EI_{y_3} & -EZ_3 & EC_3 \\ -EI_{y_3} & -EI_y & EZ_y & -EC_y \\ -EZ_y & -EZ_3 & EF & 0 \\ -EC_3 & -EC_y & 0 & -EC_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_3 \\ K_y \\ \epsilon_x \\ \psi \end{bmatrix} \dots (2)$$

$$T_s = GJ\Omega + (M_w^* r_w + M_y^* r_y - M_3^* r_3 + N^* i_m^2)\Omega \dots (3)$$

ここに、サフィクス\*は微小変形理論より得られる断面力を示す。

$$I_3$$
； $z$  軸に関する断面2次モーメント  $= R \iint \frac{1}{\rho} y^2 dy dz$

$C_w$ ；曲げねじり係数、 $J$ ；ねじり係数

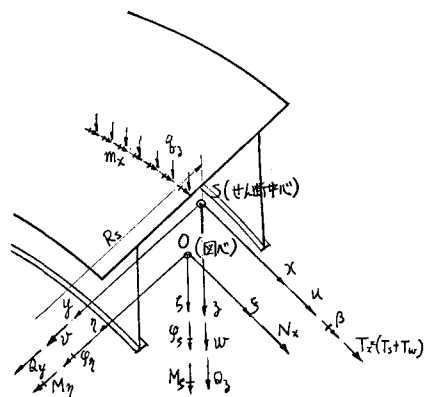
$$r_w = \frac{R}{C_w} \iint \frac{1}{\rho} U_z (y^2 + z^2) dy dz$$

$$K_3 = \frac{d^2 v}{R^2 d\phi^2} + \frac{du}{R^2 d\phi}$$
； $z$  軸回りの曲率の変化

$$K_y = \frac{d^2 w}{R^2 d\phi^2} - \beta/R$$
； $y$  軸回りの曲率の変化、 $\epsilon_x = \frac{du}{Rd\phi} - v/R$ ；軸方向ひずみ

$$\Omega = \frac{d\theta}{Rd\phi} = \frac{d\beta}{Rd\phi} + \frac{dw}{R^2 d\phi}$$
；ねじり率、 $\psi = \frac{d\Omega}{Rd\phi} = \frac{d^2 \beta}{R^2 d\phi^2} + \frac{d^2 w}{R^3 d\phi^2}$ ；曲げねじり率、 $\varphi_3 = \frac{dv}{Rd\phi} + \frac{u}{R}$ 、 $\varphi_4 = \frac{dw}{Rd\phi}$ ； $z, y$  軸回りの接線回転角  $\dots (4)$

図-1



### 3. Transfer matrix

式(2)において  $Iy_3 = 0$  となるように  $y$ ,  $z$  軸を断面主軸にとり, 図-1, 式(2)~(4)を考慮すると, 式(1)<sub>4</sub>は曲率面外と曲率面内に関する2つの独立した方程式に分離することができ, 一般として式(1)<sub>3,4</sub>の線形項のみを考えた Field transfer matrix はつぎのようになる。但し,  $\text{Ch}\alpha\phi = \cosh\alpha\phi$ ,  $\text{Sh}\alpha\phi = \sinh\alpha\phi$

こゝで, 変形量および断面力を式次によって

無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} W &= P_c R_c^3 / E I_c W^* & \beta &= P_c R_c^2 / E I_c \beta^* \\ \varphi &= P_c R_c^2 / E I_c \varphi^* & \varrho &= P_c R_c / E I_c \varrho^* \\ M_w &= P_c R_c^2 M_w^* & M &= P_c R_c M^* \\ T &= P_c R_c T^* & Q &= P_c Q^* \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

さらに, 無次元パラメータとして式次を導入する。

$$\lambda = \sqrt{C_w} / R^2 I_y, \quad \alpha = \sqrt{\frac{G I}{E C_w}} R \dots (7)$$

また, 文献<sup>3)</sup>によって,

$$\left. \begin{aligned} W_s^* &= W^* + \frac{I_c R_k}{I_h R_c} \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)\alpha^2} M_w^* \\ \beta_s^* &= \beta^* + \frac{I_c}{I_h} \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} M_w^* \\ \varphi_s^* &= \varphi^* + \frac{R_k}{R_c} \frac{1}{1+\alpha^2} \varrho^* \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

$$F_k^* = \begin{pmatrix} W_s^*(0) & \beta_s^*(0) & \varphi_s^*(0) & \varrho^*(0) & M_w^*(0) & M^*(0) & T^*(0) & Q^*(0) & 1 \\ 1 & \frac{R_k}{R_c}(1-\cos\phi) & -\frac{R_k}{R_c}\sin\phi & 0 & 0 & a_{16}^* & a_{17}^* & a_{18}^* & \hat{W}_{k,s}^* \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi & 0 & 0 & a_{26}^* & a_{27}^* & a_{28}^* & \hat{\beta}_{k,s}^* \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 & a_{36}^* & a_{37}^* & a_{38}^* & \hat{\varphi}_{k,s}^* \\ 0 & 0 & 0 & \text{Ch}\alpha\phi & a_{45}^* & a_{46}^* & a_{47}^* & a_{48}^* & \hat{\varrho}_{k,s}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{54}^* & \text{Ch}\alpha\phi & a_{56}^* & a_{57}^* & \hat{M}_{k,s}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\phi & -\sin\phi & \frac{R_k}{R_c}\sin\phi & \hat{M}_h^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\phi & \cos\phi & \frac{R_k}{R_c}(1-\cos\phi) & \hat{T}_h^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \hat{Q}_{k,s}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots (5)$$

なる量を選ぶことによって, 双曲線関数項を含む計算に対して, 累積誤差が生じないように十分考慮してある。

$F_k^*$ の要素  $a_{ij}^*$ , および, 荷重項として分布鉛直荷重  $q_3$  による  $\hat{W}_{k,s}^*, \hat{\beta}_{k,s}^*, \dots, \hat{Q}_{k,s}^*$  はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} a_{16}^* &= \frac{I_c}{I_h} \left(\frac{R_k}{R_c}\right)^2 \left[-\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)}\right) \phi \sin\phi + \frac{1-\cos\phi}{\lambda\alpha^2}\right], & a_{17}^* &= \frac{I_c}{I_h} \left(\frac{R_k}{R_c}\right)^2 \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)}\right) (\sin\phi - \phi \cos\phi) + \frac{\sin\phi}{\lambda(1+\alpha^2)\alpha^2}\right], \\ a_{18}^* &= \frac{I_c}{I_h} \left(\frac{R_k}{R_c}\right)^3 \left[-\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)}\right) (\sin\phi - \phi \cos\phi) + \frac{\phi - \sin\phi}{\lambda\alpha^2}\right], & a_{26}^* &= \frac{I_c}{I_h} \frac{R_k}{R_c} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)}\right) \phi \sin\phi\right], \\ a_{27}^* &= \frac{I_c}{I_h} \frac{R_k}{R_c} \left[-\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)}\right) (\sin\phi - \phi \cos\phi) + \frac{\sin\phi}{\lambda(1+\alpha^2)}\right], & a_{28}^* &= \frac{I_c}{I_h} \left(\frac{R_k}{R_c}\right)^2 \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)}\right) (\sin\phi - \phi \cos\phi)\right], \\ a_{36}^* &= \frac{I_c}{I_h} \frac{R_k}{R_c} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)}\right) (\sin\phi + \phi \cos\phi) - \frac{\sin\phi}{\lambda(1+\alpha^2)}\right], & a_{37}^* &= -a_{26}^*, & a_{38}^* &= \frac{I_c}{I_h} \left(\frac{R_k}{R_c}\right)^2 \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)}\right) \phi \sin\phi - \frac{1-\cos\phi}{\lambda(1+\alpha^2)}\right], \\ a_{45}^* &= -\frac{I_c}{I_h} \frac{R_c}{R_h} \frac{\text{Sh}\alpha\phi}{\lambda\alpha}, & a_{46}^* &= \frac{I_c}{I_h} \frac{\alpha \sin\phi - \text{Sh}\alpha\phi}{\lambda(1+\alpha^2)\alpha}, \\ a_{47}^* &= \frac{I_c}{I_h} \frac{\cos\phi - \text{Ch}\alpha\phi}{\lambda(1+\alpha^2)}, & a_{48}^* &= \frac{I_c}{I_h} \frac{R_k}{R_c} \frac{(1+\alpha^2) - \alpha^2 \cos\phi - \text{Ch}\alpha\phi}{\lambda(1+\alpha^2)\alpha^2}, \\ a_{54}^* &= -\frac{I_h}{I_c} \frac{R_k}{R_c} \lambda \alpha \text{Sh}\alpha\phi, & a_{56}^* &= \frac{R_k}{R_c} \frac{-\cos\phi + \text{Ch}\alpha\phi}{1+\alpha^2}, \\ a_{57}^* &= \frac{R_k}{R_c} \frac{\sin\phi + \alpha \text{Sh}\alpha\phi}{1+\alpha^2}, & a_{58}^* &= \left(\frac{R_k}{R_c}\right)^2 \frac{-\alpha \sin\phi + \text{Sh}\alpha\phi}{(1+\alpha^2)\alpha}, \\ \hat{W}_{k,s}^* &= q^* \frac{I_c}{I_h} \left(\frac{R_k}{R_c}\right)^3 \left[-\frac{\phi^2}{2\lambda\alpha^2} + \left(1 + \frac{1+2\alpha^2}{\lambda(1+\alpha^2)\alpha^2}\right) (1-\cos\phi) - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)}\right) \phi \sin\phi\right], \\ \hat{\beta}_{k,s}^* &= q^* \frac{I_c}{I_h} \left(\frac{R_k}{R_c}\right)^2 \left[\left(1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)}\right) (\cos\phi - 1) + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)}\right) \phi \sin\phi\right], \\ \hat{Q}_{k,s}^* &= -\frac{R_k}{R_c} q^* \phi \end{aligned}$$

### 4. Flow chart 柱梁荷重を受ける曲線桁橋の静的挙動式(1)で

解析する場合の Flow chart を図-2 に示す。

あてがき 計算結果は講演発表当日に発表致します。

- 参考文献 1) 事口, 中井; 第27回年次学会 I-244, 昭和47.10  
 2) 事口, 中井; 関西支部年次学会 I-17, 昭和48.6 3) 中井; 第28回年次学会 I-48, 昭和48.10  
 4) 小松, 中井; Proceed. of JSCE No.174, 1970 5) 達田; Proceed. of JSCE. No.210, 1993  
 6) G. Becker; Stahlbau, Vol. 34, Heft 11, 1965

