I-90　曲げ応力の生ずるT形梁における有効幅に関する一考察

日本大学生産工学部　正会員　木田哲量
佐清工業　正会員　佐藤眞
日本大学生産工学部　正会員　○阿部忠

1. 序論　T形ばりが曲げを受けると，突縁部には面内応力と曲げ応力との組み合せ応力が働きはり部の曲げ応力と共に抵抗する。この曲げに抵抗する突縁幅はPC力導入状態とか桁間隔が定まれば求められることが弾性理論的に明らかである。多くの理論的研究をもととして，桁高，突縁幅が変化する場合の導入PC力をグラフから求めようとするものである。

2. 理論式の誘導　等間隔に並べられているT形ばりにおいて，床版部と腹部とを切り離して考えると，その両者間にせん断応力差が生じ，これが版中央のせん断力に加えられている。ここで床版の垂直方向の曲げ抵抗を無視するならば平面応力状態となり，これを長さx方向に集計すると外力M_x，PC力V_xと共に腹部の軸方向力Xとして作用することになる。床版部の平面応力状態はAiryの応力関数により次式によって与えられる。

$$\partial^4 F/\partial x^4 + 2\,\partial^4 F/\partial x^2\partial y^2 + \partial^4 F/\partial y^4 = 0$$

$$F = \sum^{n} \frac{1}{\alpha_n^2}\{(A_n + \alpha_n y B_n)e^{-\alpha_n y} + (C_n + \alpha_n y D_n)e^{\alpha_n y}\}\sin\alpha_n x$$

上記関数Fが与えられるが式中の各定数A_n, B_n, C_n, D_nは版の周囲に関する以下の境界条件を満足する。y方向の境界に於いて，$x=0, x=l$に対して$\sin\alpha_n x = 0$であるから$\sigma_x = \partial^2 F/\partial x^2$の項は0となる。一方境界面でせん断応力$\tau_{xy} = \partial^2 F/\partial x\partial y$は左右対称で釣合っているから方程式(2)より応力の各成分は

$$\sigma_x = \partial^2 F/\partial y^2 = \sum^{n}\{[(A_n - 2B_n) + \alpha_n y B_n]e^{-\alpha_n y} + [(C_n + 2D_n) + \alpha_n y D_n]e^{\alpha_n y}\}\sin\alpha_n x$$

$$\sigma_y = \partial^2 F/\partial x^2 = -\sum^{n}\{[(A_n + \alpha_n y B_n)e^{-\alpha_n y} + (C_n + \alpha_n y D_n)e^{\alpha_n y}]\sin\alpha_n x$$

$$\tau_{xy} = -\partial^2 F/\partial x\partial y = \sum^{n}\{[(A_n - B_n) + \alpha_n y B_n]e^{-\alpha_n y} - [(C_n + D_n)\alpha_n y D_n]e^{\alpha_n y}\}\cos\alpha_n x$$

となり，次に定数$A_n \sim D_n$を対称条件により定めるものとする。

対称条件：1) $\sigma_x(y=b) = \sigma_x(y=-b)$　2) $\sigma_y(y=b) = \sigma_y(y=-b)$　これを上式に代入しA_n, B_nに対して解くと　$|C_n = A_n|$，$|D_n = -B_n|$

幾何学的条件 1) 版辺の変位$v_y(y=\pm b)=0$　ただし，腹部の横方向の変形を無視するものとする。2). 版中央面の点において突縁の歪$\varepsilon_x(y=\pm b)$と腹部の歪$\bar{\varepsilon}_x$とは等しい。これらの条件より応力－歪の関係を突縁に於いて適用すると

$$E_v = \int(\sigma_y - \mu\sigma_x)dy = \int\sigma_y dy - \mu\,\partial F/\partial y\ (\mu：ポアソン比)$$

$$E_v(y=\pm b) = \mp 2(1+\mu)\sum\frac{1}{\alpha_n}\frac{1}{\alpha_n}[A_n + \frac{1-\mu}{1+\mu}\cdot B_n]\sin\alpha_n b - \alpha_n b B_n\cos\alpha_n b\}\sin\alpha_n x = 0$$

よってすべてのxに対しては

$$A_n = -[(1-\mu)/(1+\mu) - \alpha_n b\cdot\cot\alpha_n b]\cdot B_n$$

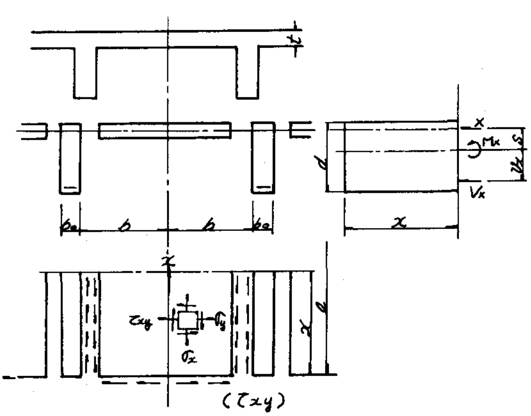
が成立し，突縁においては$E\varepsilon_x = \sigma_x - \mu\sigma_y$が成立する。

$$\varepsilon_x(y=\pm b) = -2\sum\sin\alpha_n b[(3-\mu)\cot\alpha_n b + (1+\mu)\alpha_n b\times(1-\cot^2\alpha_n b)]B_n\sin\alpha_n x$$

腹部の歪は，突縁の中立軸位置においては腹部の横方向の歪を無視すれば次式のようになる。

$$E\bar{\varepsilon}_x = [V_x(S v_x - r^2) - SM_x - X(r^2 + S^2)]/I$$

$$X = -8t/(1+\mu)\sum 1/\alpha_n B_n\sin\alpha_n b\sin\alpha_n x$$



図－1

ここで外力M_x, V_x, $M\nu_x = V_x \times \nu_x$ をフェーリー級数を用いてxの奇関数として次式のように表わす。

$$M_x = M_0 \Sigma m_n \sin \alpha_n x \qquad V_x = V_0 \Sigma \nu_n \sin \alpha_n x \qquad M\nu_x = V_0 \nu_0 \Sigma m_{\nu n} \sin \alpha_n x$$

今スパン中央$x = l/2$において、$\sin \alpha_n x = \sin n\pi/2 = (-1)^{(n-1)/2}$, $M_x = M_0$, $V_x = V_0$, $\nu_x = \nu_0$を与えるならば、

$$V_0 = M_0 \left[\frac{1 - 4t(s - r/\sqrt{3}) s \Sigma (-1)^{\frac{n-1}{2}} m_n / R_n}{\nu_0 + r/\sqrt{3} - 4t(s - r/\sqrt{3}) r^2 \Sigma (-1)^{\frac{n-1}{2}} (s - \nu_0)/r^2 \, m_{\nu m} - \nu_n / R_n} \right]$$

$$R_n = 4t(r^2 + s^2) + \alpha_n I \{ (3-\mu)(1+\mu) \cot \alpha_n b + (1+\mu)^2 \alpha_n b \, (r \cot^2 \alpha_n b) \}$$

3、計算式と結果の考察　上式を用いて、突縁が完全に有効幅内にある場合の$V_0/M_0/d$の値を得べき式を誘導することとする。図－2における丁形の下縁における引張応力σ_uは0であることをまず示す。

$$\sigma_u = V_0/A + (M\nu - M_0)/W_u = 0 \qquad \text{よって、} \quad V_0 = M_0 / (W_u/A + \nu_u)$$

また、$W_u/A = I_s/G_u$, $\nu_u = e_u - (e_u - \nu_u)$であるから、上$V_0$についての式は次のように変形される。

$$V_0 = M_0 / \{ I_s/G_u + e_u - (e_u - \nu_u) \}$$

ここで、$A = b_0 d + 2bt$であるから、$2b/b_0 = k$とおくと、

$A = b_0(d + kt)$, $G_u = b_0 \frac{d^2}{2} + 2bt(d - t/2) = b_0 [d^2/2 + kt(d - t/2)]$となる。また$e_u$, I_sは次式で得られる

$$e_u = \frac{G_u}{A} = \frac{d^2/2 + kt(d - t/2)}{d + kt}, \quad I_s = I_u - e_u G_u$$

従ってV_0は次式のようになる。

$$V_0 = M_0 / \{ I_u/G_u - (e_u - \nu_u) \}$$

ここで、突縁部自身の断面二次モーメントを無視するならば、I_u/G_u及びe_uは次式のようになる。

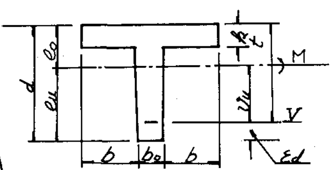
$$I_u = b_0 \frac{d^3}{3} + 2bt(d - t/2)^2 = b_0 [d^3/3 + k(d - \tfrac{t}{2})^2]$$

$$\therefore \frac{I_u}{G_u} = \frac{d^3/3 + kt(d - t/2)^2}{d^2/2 + kt(d - t/2)}$$

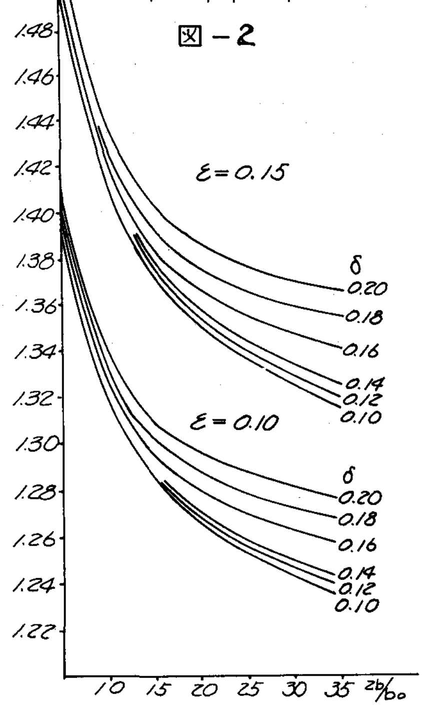
さらに、$\varepsilon = (e_u - \nu_u)/d$, $t/d = \delta$と定めると、求めようとしているPC力V_0は次の式のように変形される。

$$V_0 = \frac{1}{\dfrac{\frac{1}{3} + \frac{2b}{b_0} \delta (1 - \frac{\delta}{2})^2}{1/2 + 2b/b_0 \, \delta (1 - \delta/2)} - \varepsilon} \quad \frac{M_0}{d}$$

この式において、δ, $2b/b_0$を変数としてεを色々と変化させた場合について計算を行ない、PC力の位置の変化によるその大きさへの影響について検討した。計算結果のうち$\varepsilon = 0.1$, 0.15の場合について図－3に示した。この図はδすなわち突縁厚tと桁高hとの比を与えることにより$V_0/M_0/d$を得るものでもある　すなわち、外力モーメントM_0が与えられるならばただちにその断面が要するPC力V_0を得る事ができる。またこの図は当然の事ながらεすなわち下縁からPC力位置までの距離と桁高との比が大きくなるにしたがって大きなPC力を必要とし、δが大きくなるにつれても同様の事が云える事を示している。当初の目的にはほど遠い結果に留まった事を反省し、今後さらに考察を進めたく思います



図－2



図－3

参考文献：Beton und Stahlbetonban (1957.5) Von Dr-Ing Walter Schleeh, Hamburg " Die Mitwirkung der Gurtscheibe beim Vorgespannten Plattenbalken"

東洋一・大久保全陸：中央集中荷重時単純支持鉄筋コンクリートT梁の有効幅と破壊性状

東洋一・大久保全陸：鉄筋コンクリートT梁の有効幅および終局強度