I-81　立体剛滑節骨組の一自動弾塑性解析

徳島大学工学部　正会員　児嶋弘行
徳島大学工学部　正会員　○平尾　潔
徳島大学大学院　学生員　矢野照雄

1. 要旨；　本研究は立体剛滑節骨組の終局耐力を検討するための基礎的研究として，軸力，曲げ（2軸まわりの），および，捩りの組合せ降伏条件式を用い，flow ruleを導入した場合の一般的な立体剛滑節骨組に対する一自動弾塑性解析方法について研究し，その解析プログラムの作成をこころみたものである。

2. 解析上の仮定；　本解析に用いた仮定はつぎのようである。　1)材料は完全弾塑性体で理想化された応力ーひずみ曲線をもつものとし，ひずみ硬化の影響は無視する。　2)材料の応力ーひずみ特性は時間に独立とし，flow ruleにおける応力速度増分とひずみ速度増分の関係を応力増分とひずみ増分の関係に置きかえて考える。3)断面の形状係数は1とし，塑性域の部材軸方向の拡がりは無視する。　4)材料の降伏におよぼすせん断力の影響は無視する。　5)部材は断面（2軸対称な，矩形，I形，箱形，および，パイプ）一様な直線部材とする。6)荷重としては漸増節点荷重だけを考え，降伏関節におけ3弾性復活はおこらないものとみなす。　7)部材の座屈としては軸力部材に対するオイラー座屈だけを考え，崩壊機構が完成するまで，部分的あるいは全体的な不安定現象は生じないものとする。　8)降伏関節の発生位置は各部材の材端に限定する。

3. 解析手順；　本解析は文献1)の平面剛滑節骨組に対する弾塑性解析方法を立体剛滑節骨組に拡張したものであるから，本文の解析手順は文献1)の場合とまったく同様であるが，その概略を示せば以下のようである。

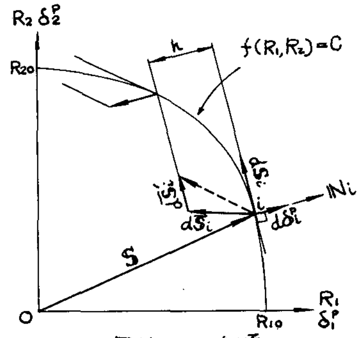
1) 線形解析を行ない，単位の漸増節点荷重$\{P\}_0$に対する節点変位$\{U\}_0$，および　材端力$\{S\}_0$を求める。

2) 1)で求めた$\{S\}_0$と降伏条件式$f(N, M_\eta, M_\zeta, T) = C$，および，前段階までに蓄積された材端力$\{S\}_{n-1}$を用いて各部材端で荷重倍数$k_i$を計算し，その最小値$k_{imin}$を求め，$\{P\}_0$, $\{U\}_0$, $\{S\}_0$をk_{imin}倍して，前段階までのそれらの値$\{P\}_{n-1}$, $\{U\}_{n-1}$, $\{S\}_{n-1}$に加算する。

3) k_{imin}となった材端が降伏したものとみなし，そのように構造形状を変更し，その部材のstiffness matrixを降伏条件に応じて修正する。（4. の式(3),(4),(5)を参照のこと）

4) 降伏断面における降伏後の荷重増荷に対する，応力（材端力）ーひずみ（変形量）の非線形関係を線形な関係におきかえるための下界近似の手順[1,2]にしたがって，降伏断面における材端力ベクトルの減少量$d\bar{S}_i$を計算し，これを節点荷重におきかえ，不釣合力の再配分($d\bar{S}'$)を行なう。（$d\bar{S}$, $d\bar{S}'$については図ー1参照）

5) 構造全体に対するstiffness matrix $\{K\}$のdeterminant Dの値，あるいは，適当にえらんだ節点変位の値によって崩壊の判定を行ない，崩壊していない場合には以上の手順を繰返し，崩壊している場合にはその時点で解析を終了する。



図ー1. 下界近似の手順

なお，筆者らは，初期のinput dataを与えるだけで，以上の解析手順にしたがって，漸増節点荷重をうける立体剛滑節骨組の崩壊過程を電子計算機が自動的に追跡してゆくような一自動弾塑性解析プログラムを作成中であるが，その演算の流れは図ー2のようであり，図中の1),～,5)が上述の手順1),～,5)に相当している。

4. 解析に用いた基本式；　本文の解析に用いた，固有座標系ξ－η－ζに対する変形法の基本式はつぎの式(1)のように表わされる。

$$\left.S_{ij} = \mathbb{K}_{ii}^{j} \cdot \delta_i + \mathbb{K}_{ij}^{j} \cdot \delta_j,\quad S_{ji} = \mathbb{K}_{ji}^{i} \cdot \delta_i + \mathbb{K}_{jj}^{i} \cdot \delta_j\ \right\} \text{—— (1)}$$

ここで，　$S_{ij(ji)} = \{N, Q_\eta, Q_\zeta, T, M_\eta, M_\zeta\}^t_{ij(ji)}$,　$\delta_{i(j)} = \{\delta_\xi, \delta_\eta, \delta_\zeta, \theta_\xi, \theta_\eta, \theta_\zeta\}^t_{i(j)}$

つぎに，式(1)における stiffness matrix，$\mathbb{K}'_{ii}$，$\mathbb{K}'_{ij}$ は

1)　弾性端部材

$$\mathbb{K}'_{ii}=\mathbb{K}_{ii}\,,\quad \mathbb{K}'_{ij}=\mathbb{K}_{ij}\,,\quad \mathbb{K}'_{ji}=\mathbb{K}_{ji}\,,\quad \mathbb{K}'_{jj}=\mathbb{K}_{jj} \qquad \text{——(2)}$$

2)　i 端降伏，j 端剛節部材

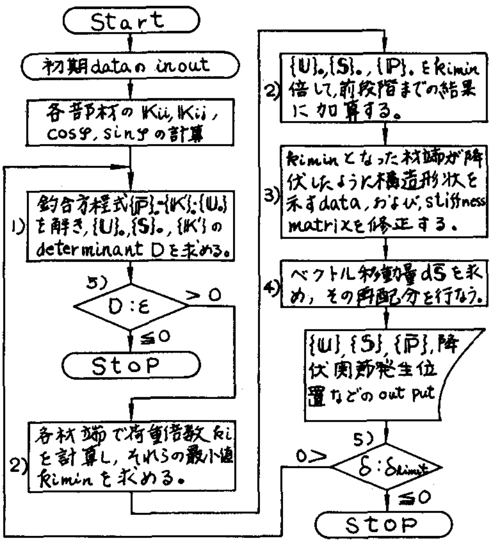
$$\left.\begin{aligned}\mathbb{K}'_{ii}&=\mathbb{K}_{ii}-\mathbb{K}_{ii}\cdot\mathbb{N}_i\cdot\mathbb{N}_i^t\cdot\mathbb{K}_{ii}\cdot T_i^{-1}\\ \mathbb{K}'_{ij}&=\mathbb{K}_{ij}-\mathbb{K}_{ii}\cdot\mathbb{N}_i\cdot\mathbb{N}_i^t\cdot\mathbb{K}_{ij}\cdot T_i^{-1}\end{aligned}\right\}\text{—— (3)}$$

3)　i 端剛節，j 端降伏部材

$$\left.\begin{aligned}\mathbb{K}'_{ii}&=\mathbb{K}_{ii}-\mathbb{K}_{ij}\cdot\mathbb{N}_j\cdot\mathbb{N}_j^t\cdot\mathbb{K}_{ji}\cdot T_j^{-1}\\ \mathbb{K}'_{ij}&=\mathbb{K}_{ij}-\mathbb{K}_{ij}\cdot\mathbb{N}_j\cdot\mathbb{N}_j^t\cdot\mathbb{K}_{jj}\cdot T_j^{-1}\end{aligned}\right\}\text{—— (4)}$$

4)　i，j 両端降伏部材

$$\left.\begin{aligned}\mathbb{K}'_{ii}&=\mathbb{K}_{ii}-\{\mathbb{K}_{ii}\cdot\mathbb{N}_i(m_4n_1-m_2n_3)\\&\qquad+\mathbb{K}_{ij}\cdot\mathbb{N}_j(m_1n_3-m_2n_1)\}\cdot T_{ij}^{-1}\\ \mathbb{K}'_{ij}&=\mathbb{K}_{ij}-\{\mathbb{K}_{ii}\cdot\mathbb{N}_i(m_4n_2-m_2n_4)\\&\qquad+\mathbb{K}_{ij}\cdot\mathbb{N}_j(m_1n_4-m_2n_2)\}\cdot T_{ij}^{-1}\end{aligned}\right\}\text{—— (5)}$$



図－2　演算の流れ図

である。ただし，式中の $\mathbb{K}_{ii}$，$\mathbb{K}_{ij}$，$\mathbb{K}_{ji}$，$\mathbb{K}_{jj}$ は通常の弾性解析で用いられる stiffness matrix であり，$\mathbb{N}_{i(j)}$ は降伏端 $i(j)$ の応力状態 $\{S\}_{p\,i(j)}$ に対応する降伏曲面上の点 $i(j)$ から引いた外向き法線ベクトルで，$N_{i(j)}=\{\partial f/\partial N,\ 0,\ 0,\ \partial f/\partial T,\ \partial f/\partial M_{\eta},\ \partial f/\partial M_{S}\}^t_{\ i(j)}$ である。（図－1参照）また，$T_i=m_1=\mathbb{N}_i^t\cdot\mathbb{K}_{ii}\cdot\mathbb{N}_i$，$T_j=m_4=\mathbb{N}_j^t\cdot\mathbb{K}_{jj}\cdot\mathbb{N}_j$，$m_2=\mathbb{N}_i^t\cdot\mathbb{K}_{ij}\cdot\mathbb{N}_j$，$T_{ij}=m_1m_4-m_2^2$，$n_1=\mathbb{N}_i^t\cdot\mathbb{K}_{ii}$，$n_2=\mathbb{N}_i^t\cdot\mathbb{K}_{ij}$，$n_3=\mathbb{N}_j^t\cdot\mathbb{K}_{ji}$，$n_4=\mathbb{N}_j^t\cdot\mathbb{K}_{jj}$，である。

5.　ベクトル移動量 $d\bar{S}_i$；　3. 4) で述べた下界近似の手順における，降伏断面でのベクトル移動量 $d\bar{S}_i$ の値を材端の降伏状態に応じて示せば，それぞれ，つぎのようである。

1)　i，j 両端弾性部材の i 端が降伏した場合　$d\bar{S}_i=-\mathbb{K}_{ii}\cdot\mathbb{N}_i\cdot T_i^{-1}\cdot h$ —————— (6)

2)　i，j 両端弾性部材の j 端が降伏した場合　$d\bar{S}_i=-\mathbb{K}_{ij}\cdot\mathbb{N}_j\cdot T_j^{-1}\cdot h$ —————— (7)

3)　i 端降伏部材の j 端が降伏した場合　$d\bar{S}_i=-(-m_2\cdot\mathbb{K}_{ii}\cdot\mathbb{N}_i+m_1\cdot\mathbb{K}_{ij}\cdot\mathbb{N}_j)\cdot T_{ij}^{-1}\cdot h$ —— (8)

4)　j 端降伏部材の i 端が降伏した場合　$d\bar{S}_i=-(m_4\cdot\mathbb{K}_{ii}\cdot\mathbb{N}_i+m_2\cdot\mathbb{K}_{ij}\cdot\mathbb{N}_j)\cdot T_{ij}^{-1}\cdot h$ —— (9)

5)　i，j 両端が同時に降伏した場合　$d\bar{S}_i=-\{-(m_2-m_4)\mathbb{K}_{ii}\cdot\mathbb{N}_i+(m_1-m_2)\mathbb{K}_{ij}\cdot\mathbb{N}_j\}\cdot T_{ij}^{-1}\cdot h$ —— (10)

ただし，式(6)～(10)の h は移動量の大きさを示す値であり，解析にあたって，あらかじめ定めておく必要がある。また，式(3)～(10)の誘導方法については，紙面の都合上省略したが，文献 1)，3)を参照されたい。

6.　降伏条件式；　本文では解析方法の研究を主目的としているため，降伏条件式としては簡単な球状の降伏条件式，$(N/N_0)^2+(T/T_0)^2+(M_{\eta}/M_{\eta 0})^2+(M_S/M_{S0})^2=1$ を使用しているが，本文のような解析結果は使用する降伏条件式によってかなり異なるものと思われ，現在，文献4)，5)の厳密解に対する，より正確で実用的な近似式を検討中である。

7.　計算例；　簡単なラーメン構造物に対する結果を平面解析との比較もかねて講演会当日スライドなどで紹介する予定である。

参考文献；　1) 星　児嶋　平尾：軸力の影響を考慮した平面剛滑節構造物の一自動弾塑性解析，土木学会論文報告集，第202号，1972年6月。　2) Glenn A. Morris and Steven J. Fenves : Elastic－Plastic Analysis of Frameworks，J. of ST. Div. Proc. of A.S.C.E. vol. 96，May，1970。　3) Shosuke Morino : Analysis of Space Frame，Fritz Engineering Laboratory Report No. 331.13，1971。　4) Wai F Chen and Toshio Atsuta : Interraction For Biaxially Load Section，J. of ST. Div. Proc. A.S.C.E.，May，1972。　5) Glenn A. Morris and Steven J. Fenves : Approximate Yield Surface Equations，J. of EM. Div. Proc. of A.S.C.E.，August，1969。