

関西大学工学部 正会員 ○武田 八郎
 関西大学工学部 正会員 三上市 蔵
 関西大学工学部 正会員 米沢 博

まえがき 工形梁の横倒れ座屈に関しては、従来から多くの研究がなされてきた。しかし、プレートガーダーのような腹板の幅厚比の大きな桁に対しては、腹板の断面変形を考慮に入れる必要があるが、この種の研究は今まで多くはなされていない。今回は、プレートガーダーが両端に異なるモーメントを受ける場合の弾性横倒れ座屈を、フランジと腹板との連成座屈として階差法を用いて解析し座屈荷重を求め、他の横倒れ理論による結果と比較した。

基礎微分方程式と境界条件式 上下対称フランジを有するプレートガーダーに、図-1のように両端に異なるモーメントが作用する一般的な場合について考える。このモーメント差に釣り合うものとして、腹板のせん断応力に起因する偶力を考える。すなわち腹板の両端($x=0, a$)には放物線分布の、フランジと腹板との接合部には一様分布のせん断応力が作用していると考える。この一様せん断応力 τ 、それによる圧縮、引張フランジにおいて軸方向力と釣り合うものと考えると、せん断応力 τ の大きさはつぎのようになる。

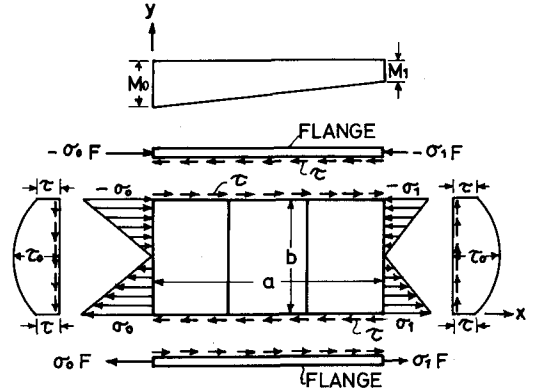


FIG. 1

$$\tau = (1 - \beta) \sigma_0 F / (a h)$$

また、腹板全体のモーメントのつり合いから、 $y = b/2$ におけるせん断応力 τ の大きさはつぎのようになる。

$$\tau_0 = (1 - \beta) \sigma_0 / (4 a) + \tau$$

τ と τ_0 を用いて、腹板内の任意点のせん断応力 τ_{xy} はつぎのように表わされる。

$$\tau_{xy} = (1 - \beta) \sigma_0 [- (y/b)^2 + (y/b) + F/(b h)] / a$$

また腹板内の任意点の直応力 σ_x は、 x 方向に直線的に変化すると考えることによって、つぎのように表わされる。

$$\sigma_x = \sigma_0 [1 - (1 - \beta)(x/a)] [1 - 2y/b]$$

ただし、 $\beta = \sigma_1 / \sigma_0$ 、 $\alpha = a/b$ 、 F はフランジの断面積、 h は腹板厚である。

このような応力を受ける腹板が、 $x=0, a$ で単純支持され、 $y=0, b$ で弾性支持および弾性固定されているものとする。また腹板は中面補剛材として鉛直補剛材のみを有するものとする。この鉛直補剛材を含めた腹板を直交異方性板とみなし、フランジと連成座屈する場合を解析する。

さて、この直交異方性板が座屈した時のたわみ曲面の微分方程式はつぎのように表わされる。

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = h [\sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \tau_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}] \quad (1)$$

ただし、 D_x, D_y は板の曲げ剛度、 $H = \nu_y D_x + 2D_{xy}$ であり、 $\nu_y = 0.3$ にとった。

また、フランジが座屈した時の微分方程式はつぎのように表わされる。

$$B_0 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \pm (\sigma_0 F - \tau h x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \mp \tau h \frac{\partial^2 w}{\partial x} = \pm [D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + (4D_{xy} + D_1) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}] \quad (2)$$

$$C_b \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} \mp \frac{1}{F} \left[(D_0 F - c h x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y} - c \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y^2} \right] I_0 = \pm \left[D_0 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (3)$$

ただし、(2)、(3)式において圧縮フランジに対しては上側の、引張フランジに対しては下側の符号を適用するものとする。また、 B_b 、 C_b および I_0 はそれぞれフランジの曲げ剛性、ねじり剛性およびフランジの慣性モーメントである。なお、フランジのねじり剛性は無視している。

以上の(1)、(2)、(3)式を階差表示し、併せて $x=0$ 、 a で単純支持の境界条件を考慮して、板の各接点に適用すると、座屈係数 K_0 を含むべきのような形の固有行列式が得られる。

$$[A] \{w\} = K_0 [B] \{w\} \quad (4)$$

適当な階差の分割数を定めて、(4)式を満足する正の最小固有値を求めればよい。

階差法における解の収束 図-2に階差法の分割数(x 方向: N_x 、 y 方向: N_y)と座屈係数 K_0 の関係を示す。以下の数値計算例についてはすべて、 $D_0/D_x=50$ 、 $F/(bh)=0.75$ 、 $\alpha=H/\sqrt{D_x D_0}=0$ である。さて、図の収束状況と電子計算機の記憶容量の関係から、 $N_x=N_y=20$ においてほぼ収束しているわけなし、数値計算にはすべてこの分割数も採用した。

数値計算例 図-3~6に、 $\beta=0, 0.5, 1.0$ の3つの荷重状態に対して、 $B_b/(bD_x)$ と $C_b/(bD_x)$ を変化させた場合の数値計算例を示す。図中の2点鎖線は、梁の弾性横倒れ理論による計算結果を示す。

$\beta=0, 0.5, 1.0$ のいずれの場合にも、 $C_b/(bD_x)$ の変化は横座屈荷重に対して大きな影響を与えないが、 $B_b/(bD_x)$ の変化は横座屈荷重に対して著しい影響を及ぼすことがわかる。

詳しい数値計算結果については講演会当日述べたい。

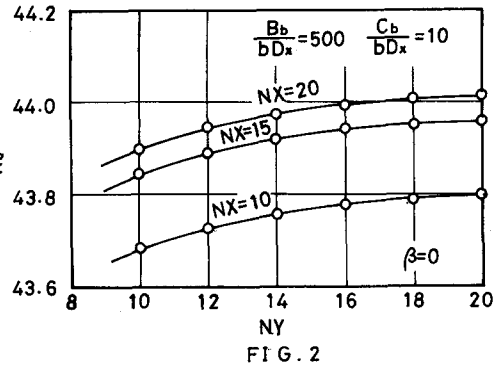


FIG. 2

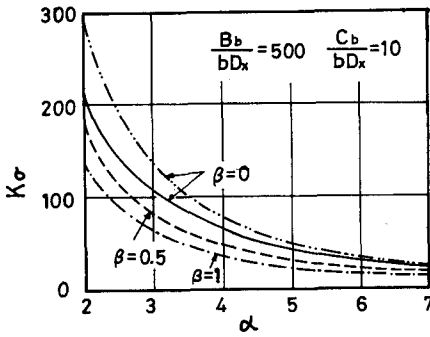


FIG. 3

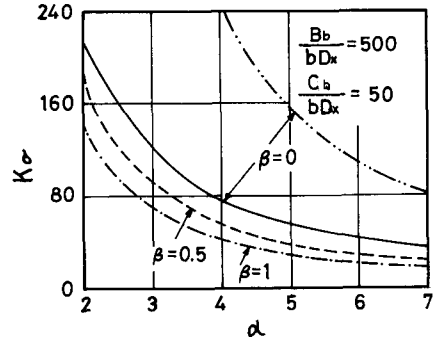


FIG. 4

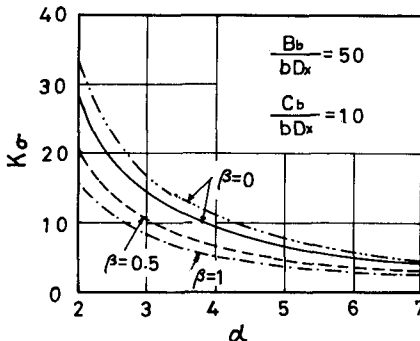


FIG. 5

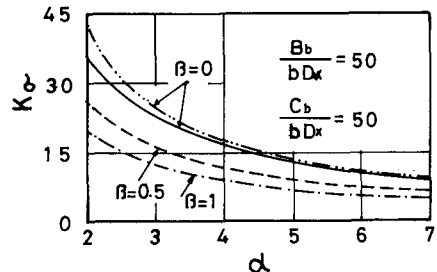


FIG. 6

1) D. A. NETHERCOT AND K. C. ROCKEY, A Unified Approach to the Elastic Lateral Buckling of Beams AISC ENGINEERING JOURNAL, July 1972.