I-61　帯板法によるリブ付板の弾塑性座屈解析

東京大学　学生員　長谷川彰夫
東京大学　学生員　○大田孝二
東京大学　正　員　奥村敏恵

1．序

リブ付板の弾塑性座屈に関して、筆者等は差分法を適用し、その成果を得ている[1]が、本報告は、この問題をGallagher & Padlog が柱の座屈に対して用いている剛性法[2]を板の場合に応用し、いわゆる有限帯板法的手法で解析している。そして、この結果を差分法、有限要素法による結果と比較して、本解析法の利点について検討し、あらたに、補剛材の捩れ剛性の効果 及び 水平補剛材を有する板の曲げ座屈の問題に関しても、計算評価できることを論ずる。

2．解析

一方向面内応力を受ける板の Total Potential Energy は 次式で示される。

$$U = \frac{1}{2}\int_0^b\int_0^a \{M\}^t\{\kappa\}\,dx\,dy - \frac{1}{2}\int_0^b\int_0^a \sigma t \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx\,dy + R\left[\frac{(EI)_t}{2}\int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2\Big|_{y=c} dx - \frac{\sigma A_s}{2}\int_0^a \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\Big|_{y=c} dx \right.$$
$$\left. + \frac{(EI_\omega)_t}{2}\int_0^a \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}\right)^2\Big|_{y=c} dx + \frac{(GK)_t}{2}\int_0^a \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2\Big|_{y=c} dx - \frac{\sigma A_s (r_s)^2}{2}\int_0^a \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2\Big|_{y=c} dx \right] \quad \cdots\cdots (1)$$

ここで、リブ付板要素に対して　$R=1$，リブ無し要素に対して　$R=0$，　$\varphi = \partial w/\partial y$　である。第1図に示すように、リブの位置は、要素内で任意に指定できる。

今、モーメントを示す $\{M\}$ は、

$$\{M\} = [D]\{\kappa\}$$

で与えられ（$\{\kappa\}$ は曲率を示す）、この $[D]$ マトリックスを各要素に対し、弾性、塑性に応じて使い分けて板部分の解析を行う。リブの塑性化の影響は、$(EI)_t$，$(EI_\omega)_t$，$(GK)_t$ をリブ断面全体の Tangent Modulus で評価することにより解析する。[1]

変位関数としては、図1のように　x方向に半波の sine を仮定した帯板要素を考え、y方向には、自由度が4、即ち（$w_i, \theta_i, w_j, \theta_j$）であるので ―これを（$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$）とおく― 三次多項式を採用[2]し、結局 式で示せば、

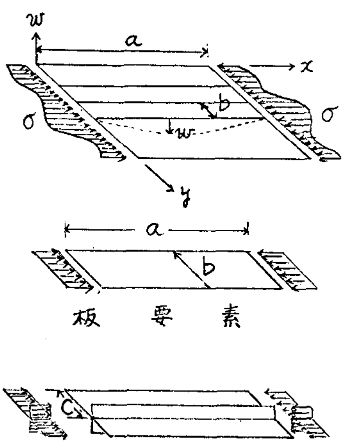
$$w = (a_1 + a_2 y + a_3 y^2 + a_4 y^3)\cdot \sin\frac{\pi}{a}x \quad \cdots\cdots (2)$$

なる仮定を行う。(2) 式の a_i を δ_i（$i=1\sim4$）で表示すれば、

$$w = f(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4)\,\sin\frac{\pi}{a}x \quad \cdots\cdots (3)$$

この (3) 式を、(1) 式へ代入し、δ_i（$i=1\sim4$）に対して停留化を行う。

即ち　$$\frac{\partial U}{\partial \delta_i} = 0 \quad (i = 1\sim4) \quad \cdots\cdots (4)$$



板　要　素

リブ付板要素

図　1

(4) 式を 一般的に表現すれば、

$$[K]\{\delta\} - \left(\frac{b}{t}\sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}}\right)^2 [K']\{\delta\} = 0 \quad \cdots\cdots (5)$$

なる式に まとめられる。ここで

$$[K] = [K(a/b, \gamma, \kappa_s, \kappa_\omega)] \quad , \quad [K'] = [K'(\sigma/\sigma_Y, a/b, \delta, \kappa_p)]$$

$$\gamma = \frac{EI}{bD}\ ,\quad \delta = \frac{As}{bt}\ ,\quad K_s = \frac{GK}{bD}\ ,\quad K_\omega = \frac{EI_\omega}{b^3 D}\ ,\quad K_p = \frac{r_s^2}{b^2}$$

各々 補剛材の、剛比、面積比、捩り剛比、そり捩り剛比、極二次半径比であり、補剛材剛性の曲げ成分が、γ、δで、捩り成分がK_s、K_ω、K_pで評価される。

(5)式を一般の有限要素法の手法により解析することによって、任意の境界条件のもとに、リブ付板の弾塑性座屈解析を行うことができる。

3、検討と考察 —— 本解析法の利点を箇条書きで記せば、

イ)有限要素法[3]、差分法と比較すれば、適合関数を用いているため、解の上下界性が保証され、精度が非常に良く、低次数の計算で解析されるために経済的である。——図2

ロ)リブ付板要素でのリブの位置が任意に指定できるので、分割法がリブの位置、数と無関係となる。

ハ)リブの曲げ剛性の他、捩れ剛性も簡単に評価できる。

ニ)板の曲げ座屈解析も、精度良好の結果が得られているので、各要素内で圧縮力一定という仮定も、一般性を失なわぬことがわかる。しかし、この仮定のために イ)で述べた解の上下界性の保証が無くなることは注意しなければならない。——図3

ホ)リブを非載荷辺に置いても、(5)式をそのまま使用できるので、曲げを受けるプレート・ガーダー等の座屈解析も、簡単に行える。

ヘ)弾塑性座屈に対しても、各帯板要素で、弾性、塑性に応じて、[D]マトリックス及び リブのTangent Modulus を適切に評価することによって解析できる。従って、板の座屈解析に於ては重要な意味を持つ残留応力の影響も、容易に解析可能である。

欠点としては

イ)変位関数の仮定上、セン断座屈が解析できない。

以上のような手法を用いて、一方向面内応力場の弾塑性座屈解析を行うが、解析例については、紙面の都合上省略する。

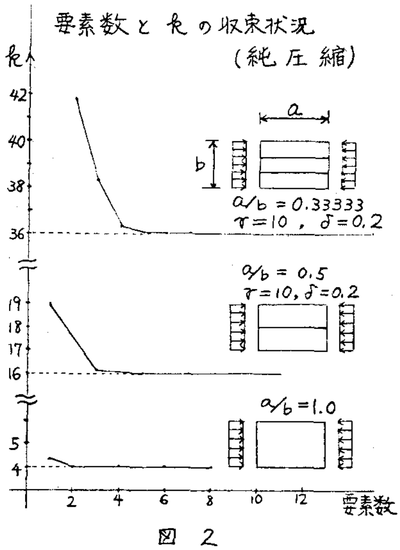


図 2

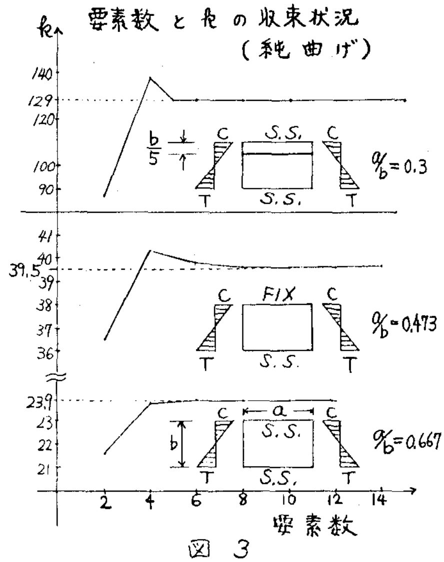


図 3

参考文献 1)長谷川,西野,奥村他"差分法によるリブ付板の弾塑性座屈解析"才27回年次講演集 2) Gallagher.R.H. & Padlog.J."Discrete Element Approach to Structural Instability Analysis" AIAA Journal vol.1 No.6 June, 1963 3) Kapur.K.K. & Hartz B.J."Stability of Plates using Finite Element Method" Pro. of ASCE EM2 April, 1966