

大阪大学 正員 小松定夫
大阪大学 正員 ○北田俊行

1 まえがき

本研究は、有限要素法による弾塑性問題の解析手法のうち、接線剛性法、ここで新たに提案する改良初期応力法および Hybrid 法について、精度、計算時間およびプログラミングの作成難易という面から比較考察を行ったものである。

2 解析法

i) 接線剛性法 (T.S.M.) 山田嘉昭の考え方に従ってプログラムを作成した。ただし、連立式の解法には、コレスキー法を用い、各荷重段階における剛性マトリックスの修正は、塑性要素に属する項のみを変更すればよいようにした。この点については、以下に示す Hybrid 法においても同様である。

ii) 改良初期応力法 (I.S.M.) 一般に、初期応力法では、弾性解析時の剛性マトリックスの逆行列 K_e^{-1} を記憶しておく必要がある。しかし、ここでは、コレスキー法を用い、剛性マトリックスをバンド状に半分だけ記憶させるようにした。その際、弾性解析のところで、コレスキー分解を行っておき、以下の弾塑性解析では、この分解されたマトリックスを前進・後進代入のみを行うようにした。この方法により、記憶容量および計算時間が、かなり節約できる。また、収束の判定は、全塑性要素の $\alpha (= \sigma_p / \bar{\sigma})$ が、ある値以下になれば 0. K. とした。ここに、 σ_p は、一軸引張り試験より得られる応力度であり、 $\bar{\sigma}$ は、有効応力度を表わす。また、プログラムは、修正増分法あるいは、普通の増分法のどちらでもできるように作成した。

iii) Hybrid 法 (提案する方法) この方法は、接線剛性法と初期応力法をミックスした解法であり、数学的には、ニュートンラプソン法を意味する。解析においては、図-1 に示すように、弾性要素、塑性要素および、弾性から塑性へ移行する要素に対して、それぞれ、次の基礎式を用いる。

$$\Delta f = K_e \cdot \Delta \delta \quad (\text{弾性}) \quad \dots (1)$$

$$\Delta f = K_p \cdot \Delta \delta \quad (\text{塑性}) \quad \dots (2)$$

$$\Delta f = K_e \cdot \Delta \delta - f_b \quad (\text{弾性} \rightarrow \text{塑性}) \quad \dots (3)$$

ここで、 f_b は、初期荷重を意味し、

$$f_b = \{B^T \cdot (D_e - D_{ep}) \cdot (1-m) \cdot \Delta E \cdot dU \dots (4)$$

また、 $m = (\text{降伏に至るまでの歪増分}) / (\text{全歪増分})$

式(1)~(3)に従って、Assemble すると、

$$\Delta F = K \cdot \Delta U - F_b \quad \dots (5)$$

式(5)の解法は、まず、 $F_b = 0$ とおき、

$$\Delta U_0 = K_0^{-1} \cdot \Delta F \quad \dots (6)$$

を求め、この ΔU_0 より、各要素の歪増分 ΔE を求める。その結果、弾性から塑性へ移行する要素に対しては、まず、 m を算定し、初期荷重 f_b を計算する。さらに、この f_b を系全体について Assemble して、 F_b を求める。また、弾性から塑性へ移行した要素に対しては、次の反復計算からは、塑性要素として、 K_p を求め、全体マトリックス K_i を新たに作成する。次に、この F_b を消去するために、

$$\Delta U_i = K_i^{-1} \cdot F_b \quad \dots (7)$$

以下、 F_b が、0 になるまで、反復を繰り返す。つまり、荷重増分中に、新たに生じる塑性要素がなくなる

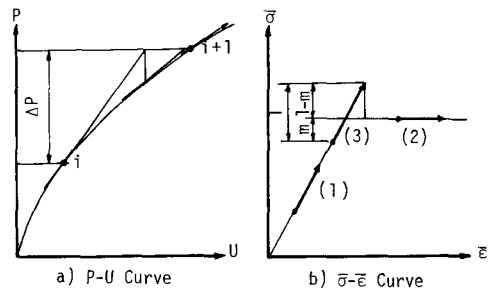


Fig-1 Hybrid Method

まで、反復計算することになる。

3 解析例と考察

Marcal, King (Partial S.M., 1966), 山田嘉昭 (T.S.M., 1967), Zienkiewicz (I.S.M., 1968) らが取扱った図-2に示すような一様引張りの穴あき板の平面弾塑性問題を、2. で述べた三つの解析法を用いて解析し、その結果を表-1および図-3に示す。なお、解析は、全横断面が塑性化する段階で打ち切った。これらの計算法による解と、TheocarisとMarkatos (1964) の実験値とは、比較的良好な一致を示した。いま、接線剛性法による解を、一番厳密であると考え、図-3より、Hybrid法による解は、完全に、接線剛性法による解に一致している。また、初期応力法の場合、 α を小さくすることによって、接線剛性法の解から離れていく。さらに、同法において、修正増分法を用いると、普通の増分法と比較して、かなり精度が良くなる。また、計算時間については、Hybrid法が、一番早い。荷重増分を大きく取ると、さらに時間短縮が可能であると思われる。表-1を見るとわかるように、初期応力法の場合かなり計算時間を用いたのは、塑性領域が広がり、板の剛性が、著しく低下した付近で、非常に反復回数が、増大したことに起因している。(したがって、初期応力法は、最終荷重まで追跡しなければならぬ問題には、不适当であると思われる。ところが、Hybrid法の場合、そのような領域になっても、反復回数は、ほとんど変化しない。また、各プログラムカード枚数やプログラミングの難易、手回しという面からは、あまり変らぬと考えられる。

4 結論とあとがき

以上、解析例として、穴あき板しか行っていないが、ここで提案するHybrid法の有用性が示されたと思う。また、初期応力法は、最終荷重まで追跡しなければならぬ問題には、不适当であると思われる。

なお、数値計算には、大阪大学計算センターのNEAC-2200-700を用いた。

最後に、本研究に当り、当時、学生の牧野正矩君の協力を得たことを付記し、ここに感謝の意を表します。

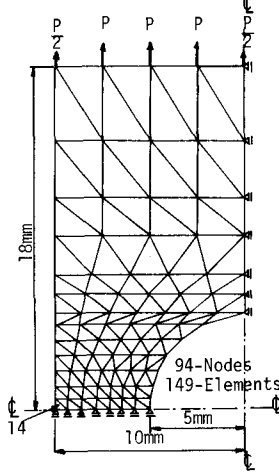


Fig-2

Table-(1)

Load Step	Hybrid			I.S.M. (0.96)		
	N	T	Npe	N	T	Npe
1	1	22	1	1	20	1
2	1	24	1	3	22	2
3	2	28	2	3	25	2
4	1	30	2	3	27	2
5	2	35	6	3	30	7
6	2	39	7	4	33	7
7	2	43	10	4	36	10
8	2	48	12	5	40	13
9	3	55	19	5	44	16
10	2	59	21	6	49	21
11	3	66	30	7	55	29
12	4	76	51	10	64	42
13	4	87	71	22	83	68
14	3	95	85	33	113	83
15	2	101	91	34	145	91
16	3	110	99	34	177	96
17	2	117	105	32	208	103
18	/	/	/	31	237	104
Total	39	1M58		240	3M59	

N ; The No. of Iterations
T ; Total Time (sec)
Npe; The No. of Pl. Elements

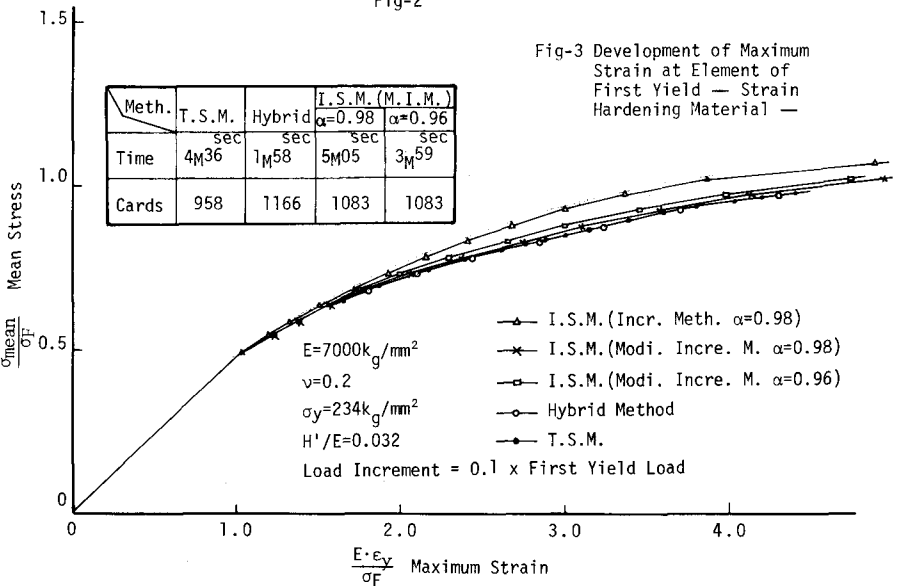


Fig-3 Development of Maximum Strain at Element of First Yield - Strain Hardening Material -

Meth.	T.S.M.	Hybrid	I.S.M. (M.I.M.)	
	sec	sec	$\alpha=0.98$ sec	$\alpha=0.96$ sec
Time	4M36	1M58	5M05	3M59
Cards	958	1166	1083	1083

$E=7000 \text{ kg/mm}^2$

$\nu=0.2$

$\sigma_y=234 \text{ kg/mm}^2$

$H'/E=0.032$

Load Increment = $0.1 \times$ First Yield Load