

熊本大学工学部 正員 三池 亮次  
 大成建設 正員 百崎 博  
 熊本大学工学部 学生員 ○石田 寛生

1. 要 旨 任意の軸形状と断面を有する骨組部材に、中間荷重および温度荷重が作用する場合、その平衡マトリックスに関する諸性質と、平衡マトリックスを用いた剛性マトリックスの一般式については、すでに誘導を試み、検討を加えた。ここでは、弾性固定アーチ、曲がりばり、カセットプレートで弾性固定された部材を応用例にとり解析を行った。

任意軸形状部材  $(i, j)$  の  $i$  端および  $j$  端における部材座標軸の変換マトリックスを  $T_{ijc}$ ,  $T_{ijj}$  とし、 $i$  端における部材断面力および変位の部材および基準座標系に対する値を  $\bar{P}_{ijc}$ ,  $\bar{P}_{ijj}$ ,  $\bar{d}_{ijc}$ ,  $\bar{d}_{ijj}$ ,  $i$  端におけるそれを  $\bar{P}_{ijj}$ ,  $\bar{P}_{ijj}$ ,  $\bar{d}_{ijj}$ ,  $\bar{d}_{ijj}$ , 端  $i$  を開放したときの  $(i, j)$  部材の中間荷重による  $j$  端の断面力の、部材および基準座標軸に対する値、すなわち荷重常数を  $\bar{P}_{ijc}$ ,  $\bar{P}_{ijj}$ ,  $i, j$  間の平衡マトリックスを  $H_{ij}$ , 部材平衡マトリックスを  $\bar{H}_{ij}$  とすれば、

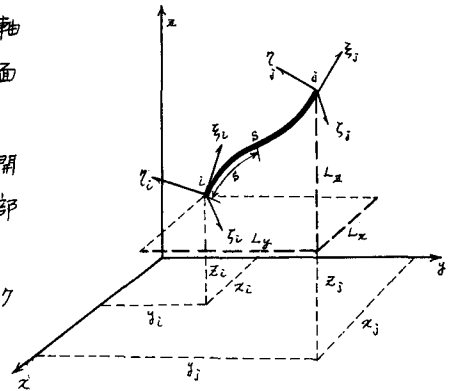


図-1. 任意形状部材の基準および部材座標

$$H_{ij} \bar{P}_{ijc} + \bar{P}_{ijj} - \bar{P}_{ijj} = 0 \tag{1}$$

$$\bar{P}_{ijj} = H_{ij} \bar{P}_{ijc} + \bar{P}_{ijj} \tag{2}$$

であり、

$$\bar{d}_{ijc} = \left\{ - \int_i^j \bar{H}_{is}^{(c)} \bar{F}_{es} \bar{H}_{iss} ds \right\} \bar{P}_{ijc} + \left\{ - \int_i^j \bar{H}_{is}^{(c)} \bar{F}_{es} \bar{P}_{iss} ds - \int_i^j \bar{H}_{is}^{(c)} C_t ds \right\} + \bar{H}_{ij}^{(c)} \bar{d}_{ijj} \tag{3}$$

ここに

$$\bar{F}_{es} = \begin{bmatrix} \frac{1}{EA} & & & & & \\ & \frac{K_x}{GA} & & & & \\ & & \frac{K_y}{GA} & & & \\ & & & \frac{K_z}{GI_3} & & \\ & & & & \frac{1}{EI_2} & \\ & & & & & \frac{1}{EI_1} \end{bmatrix} \quad C_t = \begin{bmatrix} C\alpha_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ C\alpha_2 \\ C\alpha_3 \end{bmatrix} \tag{4}$$

で、 $E, G, A, I_3, I_2, I_1, K_x, K_y, K_z$  は、ヤング率、せん断弾性係数、断面積、各軸のまわりの断面二次モーメントおよび定数、 $C, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  は、膨脹係数、部材平均温度上昇、各軸のまわりの温度こう配、 $\bar{H}_{is}, \bar{P}_{iss}$  は、部材端  $i$  と部材軸上の任意点  $s$  間の部材平衡マトリックスおよび荷重常数である。

2. 弾性固定アーチへの適用. 任意形状部材  $(\alpha A)$  の  $A$  端が弾性固定の場合は、 $A$  端における変位  $\bar{d}_A$  は、 $A$  端の断面力  $\bar{P}_A$  によつて一義的に決定することができる。 $\bar{P}_A$  を基礎の弾性定数マトリックスとすれば、

$$\begin{aligned} \bar{d}_A &= -\bar{F}_A \bar{P}_A \\ &= -\bar{F}_A (\bar{H}_{\alpha s} \bar{P}_\alpha + \bar{P}_A) = -(\bar{F}_A \bar{H}_{\alpha s} \bar{P}_\alpha + \bar{F}_A \bar{P}_A) \end{aligned} \tag{5}$$

(5)式を(3)式に代入することにより、クラウンにおける変位 $\bar{d}_0$ は、

$$\bar{d}_0 = - \left( \int_0^A (\bar{H}_{os}^{(c)} \bar{F}_{es} \bar{H}_{os}) ds + (\bar{H}_{0A}^{(c)} \bar{F}_A \bar{H}_{0A}) \right) \bar{P}_0 - \left( \int_0^A (\bar{H}_{os}^{(c)} \bar{F}_{es} \bar{P}_{os}) ds + \left( \bar{H}_{0A}^{(c)} \bar{C}_c \right) ds + \bar{H}_{0A}^{(c)} \bar{F}_A \bar{P}_{cA} \right) \quad (6)$$

と表わすことができる。

図-2に示すような、等分布水圧荷重と温度荷重を受ける等厚円弧アーチを例にとり、クラウンにおける不静定力 $\bar{P}_0 = [N, Q, M]$ 、としてクラウンにおける変位 $\bar{d}_0 = [d_x, d_y, \theta]$ を求める。

ここで

$$\bar{H}_{os}^{(c)} \bar{F}_{es} \bar{H}_{os} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ y_s & x_s & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{EA} & & \\ & 0 & \\ & & \frac{K}{GA} \\ & & & \frac{1}{EI} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ y_s & x_s & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} \end{bmatrix}$$

であり、マトリクス要素 $\delta_{11}$ 、 $\delta_{12}$ はそれぞれ

$$\delta_{11} = \frac{1}{EA} \cos^2\phi + \frac{K}{GA} \sin^2\phi + \frac{1}{EI} y_s^2 \quad \delta_{12} = \frac{1}{EA} \cos\phi \sin\phi - \frac{K}{GA} \cos\phi \sin\phi - \frac{1}{EI} x_s y_s \quad \dots$$

同様にして、(6)式の右辺各項を計算することができる。

3. 曲がりばりへの適用、図-3に示すような、 $x, y$ 平面におかれた半径 $r$ の円弧曲がりばりに、鉛直方向等分布荷重が作用する場合を例にとり、解析を行なう。

図のように $i$ 端における部材座標軸と、基準座標軸を一致させる。

$$\bar{H}_{is} = \begin{bmatrix} T_{iss}^{(c)} & & 0 \\ & H_{is} & T_{is}^{(c)} \\ & T_{iss}^{(c)} & H_{is} \end{bmatrix} \quad (7)$$

ただし

$$T_{is}^{(c)} = \mathbf{I}, \quad T_{iss} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad L_{is} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & r(\cos\theta - 1) \\ 0 & 0 & r\sin\theta \\ r(1 - \cos\theta) & -r\sin\theta & 0 \end{bmatrix}$$

(7)式を(3)式右辺第一項に代入すれば、 $i, j$ 部材のたわみ性マトリクス $\bar{F}$ を求めることができる。その一部を以下に示す。

$$\delta_{11} = \frac{1}{2EA} r (\phi + \sin\phi \cos\phi) - \frac{K\gamma}{2GA} r (\phi - \sin\phi \cos\phi) - \frac{1}{2EI_z} r^3 (3\phi - 4\sin\phi + \sin\phi \cos\phi)$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{2EA} r \sin\phi + \frac{K\gamma}{2GA} r \sin^2\phi + \frac{1}{2EI_z} r^3 (1 - \cos\phi)^2$$

...

この後、 $\bar{P}_{iss} = - \int_i^j (T_{iss}^{(c)} H_{ij} T_{ijs}) \bar{P}_{is} ds$ 等を求めて、(3)式、(2)式等に代入すれば、曲りばりの解析を行うことができる。ガセットプレートで弾性固定された部材の解析例については、講演時に紹介を行なう。

#### ・参考文献

- 1) 三浦忠次 "マトリクス骨組構造解析における2つの問題" コンピュータ-に於けるマトリクス構造解析法講習会, 日本鋼構造協会 S.46.3
- 2) 三浦忠次他 "任意形状部材の平衡および剛性マトリクス" 日本鋼構造協会 第7回大会研究発表会 S.48.6
- 3) 大地孝三 "構造解析とコンピュータ" 産業図書 S.46.5
- 4) R.K.Livesly "Matrix Method of Structural Analysis" 1974
- 5) L.R.Wang "Parametric Method of Some Structural Members" Proc. A.S.C.E. STB Aug. 1970.

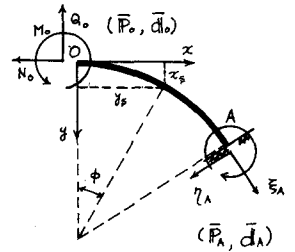


図-2 弾性固定アーチのクラウンアバウトメントにおける断面力と変位および座標系

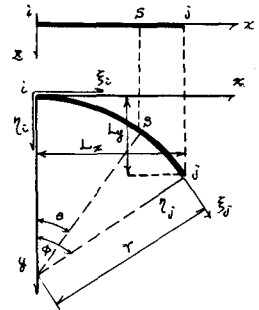


図-3 曲がりばりの基準および部材座標系