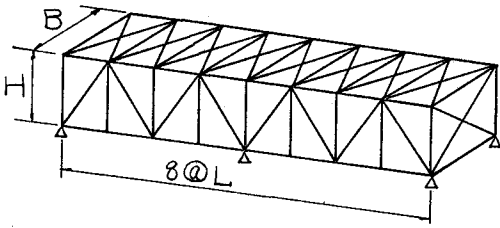


北海道大学 正員 渡辺 昇
 北海道大学 学生員 片山 修

1. まえがき 図-1(a)のような骨組のみからなる構造のトラスの応力解析については、既に知られている。しかし図-1(b)のような骨組と板よりなる構造のトラスの応力解析については、あまり行なわれていないので、これについて立体解析を行ない、その結果をここに報告する。

(a) 骨組のみからなる構造



(a) 板と骨組とからなる構造

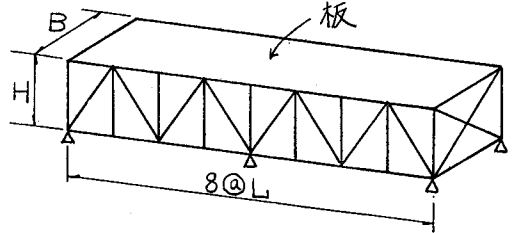
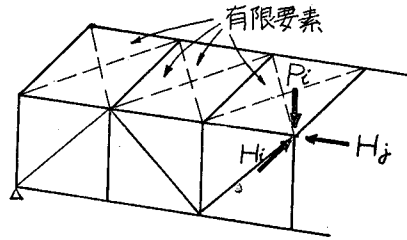


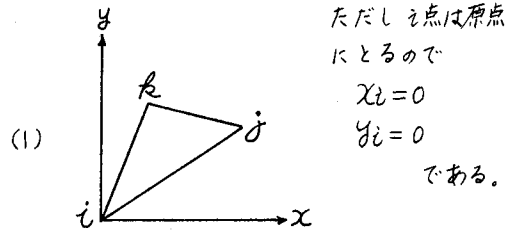
図-1 立体トラス

2. 板と骨組とよりなる構造の立体トラスの解析方法

図-2のように板の部分はシャイブとして扱い、これはシャイブの面内に作用する荷重、 H_i や H_j にのみ抵抗するものとする。骨組の部分は立体トラスとして扱い、鉛直荷重 P_i や水平荷重 H_i, H_j など任意の節点荷重に抵抗するものとする。板の部分のシャイブとしての変形および応力解析は三角形要素による有限要素法を用いる。一つの有限要素の剛性マトリックスは次のとおりである。



| | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|-------|
| X_i | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | U_i |
| Y_i | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | U_i |
| X_j | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | U_j |
| Y_j | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | U_j |
| X_k | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i^2 + 3x_i x_j + x_j^2}{L} \right]$ | U_k |
| Y_k | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | $\frac{1}{6}A \left[\frac{4x_i x_j + 3x_i^2 + x_j^2}{L} \right]$ | U_k |



また立体トラスの解析における剛性マトリックスはよく知られているように式(2)のとおりである。ここで A , L は i 点と j 点に両端を位置する部材の断面積と長さであり、 λ , μ , ν はそれぞれ全体座標系における部材の X 軸, Y 軸, Z 軸に対する方向余弦である。

$$\begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{Bmatrix} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} X^2 & \lambda\mu & \lambda\nu & -X^2 & -\lambda\mu & -\lambda\nu \\ & \mu^2 & \mu\nu & -\lambda\mu & -\mu^2 & -\mu\nu \\ & & \nu^2 & -\lambda\nu & -\mu\nu & -\nu^2 \\ \text{SYM.} & & & X^2 & \lambda\mu & \lambda\nu \\ & & & & \mu^2 & \mu\nu \\ & & & & & \nu^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ W_i \\ U_j \\ V_j \\ W_j \end{Bmatrix} \quad (2)$$

各節点の変位と外力との関係は線形であるので、図-2のような板と骨組からなる構造物の剛性マトリックスは式(1)と式(2)とを重ね合わせたものである。したがって当然のことではあるが、接続するトラス部材が全くないシャイブ内の節点における変位については、式(1)と式(2)との重ね合せによる全体剛性マトリックスの中に、その面外方向の変位は考えない。

3. 解析例

図-1(2), (6)における断面寸法は、

$B = 9\text{ m}$, $L = 7\text{ m}$, $H = 6\text{ m}$, ヤング率 $E = 2100000\text{ kg/cm}^2$, ポアソン比 $\nu = 0.3$, 板厚 $T = 1\text{ cm}$
 トラス部材の断面積; 上弦材 $A_1 = 100\text{ cm}^2$, 下弦材 $A_2 = 100\text{ cm}^2$, 垂直材 $A_3 = 50\text{ cm}^2$, 斜材 $A_4 = 80\text{ cm}^2$
 端対傾構 $A_5 = 50\text{ cm}^2$, 中間対傾構 $A_6 = 20\text{ cm}^2$, 上, 下横構 $A_7 = 20\text{ cm}^2$, 上, 下横対傾構 $A_8 = 40\text{ cm}^2$ である。

i) 部材の影響線の解析結果は図-4から図-5までである。ただし実線は板の付かない立体トラスの場合であり、破線は板、トラス構造の場合の影響線である。また括弧内の数値は板の付かない立体トラスで括弧内の数値は板トラス構造における影響線値を表わしている。なお、交点の境界条件は図-4のとうりで矢印方向が、移動可能を示している。

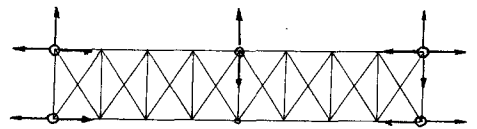
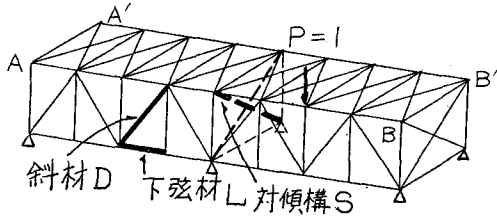
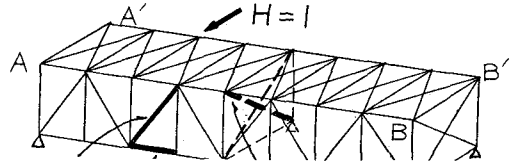
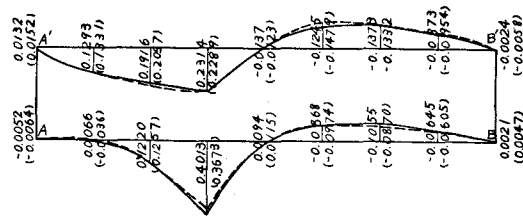


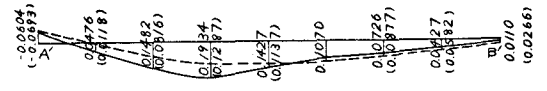
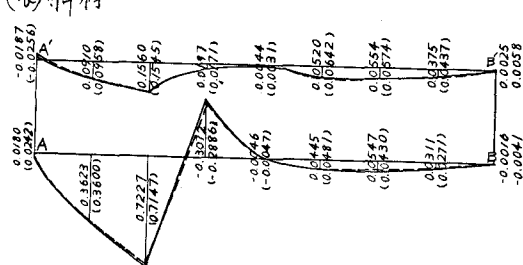
図-4 境界条件

(a) 下弦材



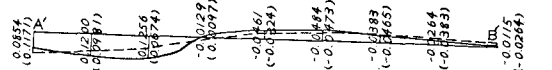
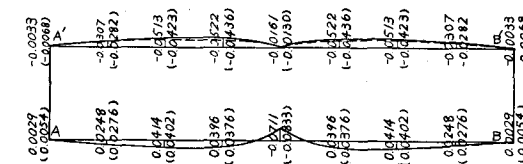
(a) 下弦材

(b) 斜材



(b) 斜材

(c) 対傾構



(c) 対傾構

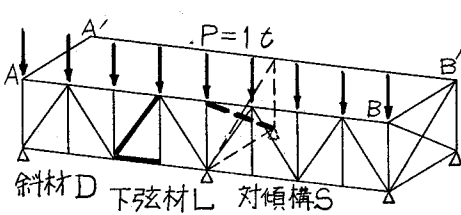
図-5 鉛直荷重 $P=1$ が AB 線上と $A'B'$ 線上を移動する場合

はほとんど差があらわれていない。よってこの解析例に用いた板厚は、部材軸力の点からみると、換算板厚を示していることになる。

図-6 水平荷重 H が $A'B'$ 線上を移動する場合

図-5, 図-6の影響線図を見ればわかるようにシャイベを付けた時と付けない時とで部材軸力には

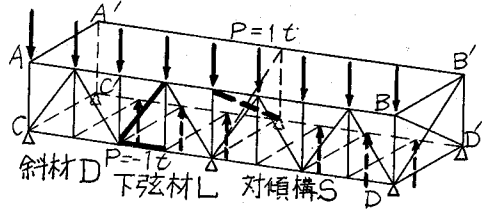
ii) 各節点に等価節点力と作用させた時のシャイベの応力分布および部材軸力は図-7から図-10までの通りである。ただし括弧内の数値は板の付かない立体トラスにおける部材軸力である。境界条件はi)の場合と同じである。また節点荷重 $P=1t$, $H=1t$, であり, G_x ; x 方向の垂直応力 Kg/cm^2 , G_y ; y 方向の垂直応力 Kg/cm^2 , T_{xy} せん断応力 Kg/cm^2 であり, 部材軸力も Kg 単位である。



$$L = 253.3 \text{ Kg} \quad (279.5 \text{ Kg})$$

$$D = 919.7 \text{ Kg} \quad (919.9 \text{ Kg})$$

$$S = 138.2 \text{ Kg} \quad (146.3 \text{ Kg})$$



$$L = 65.2 \text{ Kg} \quad (79.3 \text{ Kg})$$

$$D = 503.8 \text{ Kg} \quad (520.0 \text{ Kg})$$

$$S = 393.2 \text{ Kg} \quad (437.4 \text{ Kg})$$

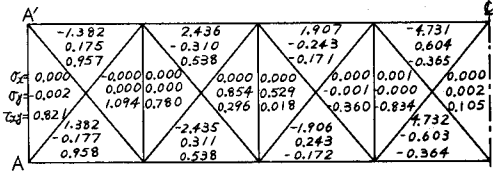
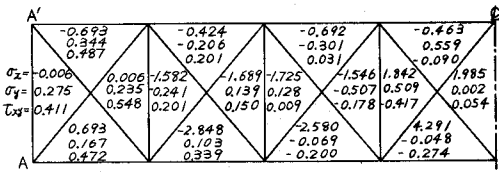
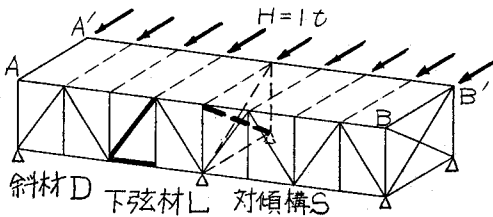


図-7 鉛直荷重 P が AB 線上の節点に作用する場合

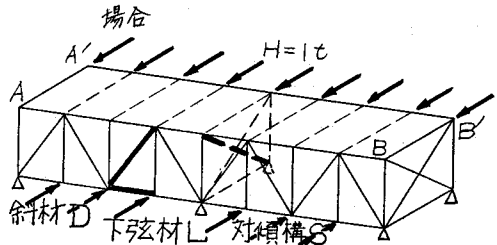
図-8 鉛直荷重 P が AB 線上と $C'D$ 線上に作用する場合



$$L = 561.0 \text{ Kg} \quad (704.8 \text{ Kg})$$

$$D = 101.3 \text{ Kg} \quad (147.4 \text{ Kg})$$

$$S = 747.3 \text{ Kg} \quad (799.2 \text{ Kg})$$



$$L = 132.0 \text{ Kg} \quad (203.1 \text{ Kg})$$

$$D = 261.2 \text{ Kg} \quad (266.4 \text{ Kg})$$

$$S = 757.6 \text{ Kg} \quad (781.7 \text{ Kg})$$

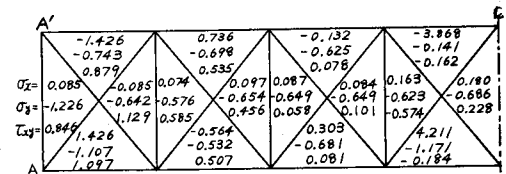
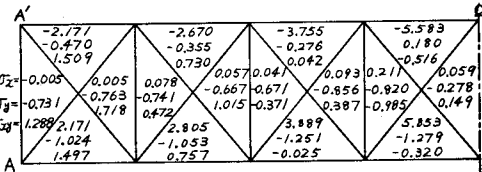


図-9 水平荷重 H が AB 線上の節点に作用する場合

図-10 水平荷重 H が AB 線上と $C'D$ 線上に作用する場合

4. あとがき 今後次の様な事項について研究を進めたい。

- (1) トラス部材を板に換算する場合の換算厚について
- (2) 立体トラスを近似的に平面トラスとして解析する場合の問題点
- (3) 立体トラスにおける対傾構の効果

計算は北大計算機センターのFACOM 230-60を用いた。