

北海道大学工学部 正員 能町純雄
 室蘭工業大学 正員 松岡博一
 室蘭工業大学 学生員 古路太一

1. まえがき

部材節点を剛接するこにより部材が曲げとせん断に抵抗して全体の剛性を高めることは、ラーメン構造の特長であるが、横載が節点で曲げのみに抵抗する場合、その柱に対しては効果はどうであろうか。本稿は柱をばね込み横載で組合わせた平面格子構造の応力解析をフーリエ定和変換を用いて行い、多層ラーメン構造との比較を述べたものである。

2. 平面格子構造の解法

下部が地盤中の無限に長い柱で、上部が曲げのみに抵抗するはり(ただし、 n 、 n' 点は、剛接)で連結された平面格子構造物において、前柱に荷重が載荷された場合、右図の r 、 r' 点におけるモーメントおよびせん断力のつり合い式の基本差分方程式は、

$$2EK_0\bar{k}(2\theta_r + \theta_{r'}) + 2EK_0k(6\theta_r + \lambda^2\theta_{r-1}) - \frac{6EK_0kA\delta_r}{\lambda} + C_{r,r+1} + C_{r,r-1} = 0 \quad \dots\dots (1)$$

$$2EK_0\bar{k}(2\theta_{r'} + \theta_r) + 2EK_0k(6\theta_{r'} + \lambda^2\theta_{r'-1}) - \frac{6EK_0kA\delta_{r'}}{\lambda} = 0 \quad \dots\dots (2)$$

$$2EK_0k(3A\theta_r - \frac{6A^2\delta_{r-1}}{\lambda}) + C_{r+1,r} + C_{r,r-1} - (C_{r,r+1} + C_{r-1,r}) + \lambda(Q_{r,r-1}^0 - Q_{r,r+1}^0) = 0 \quad \dots\dots (3)$$

$$2EK_0k(3A\theta_{r'} - \frac{6A^2\delta_{r'-1}}{\lambda}) = 0 \quad \dots\dots (4)$$

但し、 $C_{r,r+1}$ 、 $C_{r+1,r}$ は荷重項

となる。境界条件式は、底面で

$$2EIP(Q_0 - \delta_0 P) + 2EK_0k\{2\theta_0 + \theta_1 - \frac{3(\delta_1 - \delta_0)}{\lambda}\} + C_{0,1} = 0 \quad \dots\dots (5)$$

$$2EIP(\theta_0' - \delta_0' P) + 2EK_0k\{2\theta_0' + \theta_1' - \frac{3(\delta_1' - \delta_0')}{\lambda}\} = 0 \quad \dots\dots (6)$$

$$2EIP^2(2\delta_0 P - \theta_0'') = Q_{0,1}^0 - \frac{1}{\lambda}[2EK_0k\{3(\theta_0 + \theta_1) - \frac{6(\delta_2 - \delta_0)}{\lambda}\} + C_{0,1} + C_{1,0}] \quad \dots\dots (7)$$

$$2EIP^2(2\delta_0' P - \theta_0''') = -\frac{1}{\lambda}[2EK_0k\{3(\theta_0' + \theta_1') - \frac{6(\delta_1' - \delta_0')}{\lambda}\}] \quad \dots\dots (8)$$

但し、 $Q_{0,1}^0$ は 0 ~ 1 間の荷重によるせん断力

となり 頂面では、

$$2EK_0k\{2\theta_n + \theta_{n-1} - \frac{3(\delta_n - \delta_{n-1})}{\lambda}\} + C_{n,n-1} + 2EK_0\bar{k}_n(2\theta_n + \theta_{n'}) = 0 \quad \dots\dots (9)$$

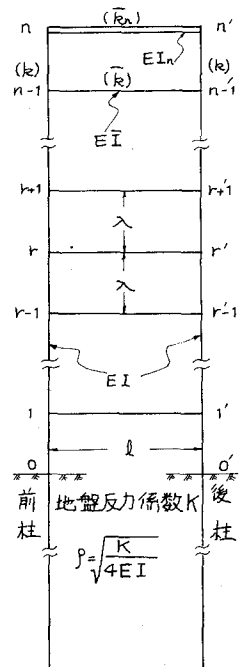
$$2EK_0k\{2\theta_{n'} + \theta_{n-1}' - \frac{3(\delta_{n'} - \delta_{n-1}')}{\lambda}\} + 2EK_0\bar{k}_n(2\theta_{n'} + \theta_n) = 0 \quad \dots\dots (10)$$

$$\lambda Q_{n,n-1}^0 - 2EK_0k\{3(\theta_n + \theta_{n-1}) - \frac{6}{\lambda}(\delta_n - \delta_{n-1}) + 3(\theta_{n'} + \theta_{n-1}') - \frac{6}{\lambda}(\delta_{n'} - \delta_{n-1}')\} - C_{n,n-1} - C_{n-1,n} = 0 \quad \dots\dots (11)$$

$$\delta_n = \delta_{n'} \quad \dots\dots (12)$$

となる。次にモーメントの差分方程式をフーリエ定和変換し、せん断力のそれをフーリエ sine 定和変換し、境界条件式 (5), (6), (9), (10) を考慮して、 $R_m[\theta_r]$ 、 $S_m[\delta_r]$ 、 $S_m[\delta_{r'}]$ を求め、それらを逆変換すれば、 θ_r 、 $\theta_{r'}$ 、 δ_r 、 $\delta_{r'}$ が求まる。

今、荷重項の中で $C_{r,r-1} = C_{r-1,r}$ とすると、 θ_r 、 $\theta_{r'}$ 、 δ_r 、 $\delta_{r'}$ は双曲線関数を含む r の関数で表わせる。^{2), 3)} したがって、 $R_m[\theta_r] = \sum_{r=1}^{2l} \theta_r \cos \frac{m\pi}{2l} r + \frac{1}{2}(-1)^m \theta_n + \frac{1}{2} \theta_0$ 、 $S_m[\delta_r] = \sum_{r=1}^{2l} \delta_r \sin \frac{m\pi}{2l} r$



$$Q_r = CF1(r) Q_n' + CF2(r) Q_n + CF3(r) Q_0' + CF4(r) Q_0 + CF5(r) \delta_0' + CF6(r) \delta_0 + TF1(r) \\ + \frac{(-1)^r}{\pi} \{ RN4 Q_n' + RN3 Q_n + RN2 Q_0' + RN1 Q_0 + RN6 \delta_0' + RN5 \delta_0 + RN7 \} \\ + \frac{1}{\pi} \{ R\bar{0}4 Q_n' + R\bar{0}3 Q_n + R\bar{0}2 Q_0' + R\bar{0}1 Q_0 + R\bar{0}6 \delta_0' + R\bar{0}5 \delta_0 + R\bar{0}7 \delta_n + R\bar{0}8 \}$$

$$Q_r' = CF2(r) Q_n' + CF1(r) Q_n + CF4(r) Q_0' + CF3(r) Q_0 + CF6(r) \delta_0' + CF5(r) \delta_0 + TF1D(r) \\ + \frac{(-1)^r}{\pi} \{ RN3 Q_n' + RN4 Q_n + RN1 Q_0' + RN2 Q_0 + RN5 \delta_0' + RN6 \delta_0 + RN8 \} \\ + \frac{1}{\pi} \{ N\bar{0}3 Q_n' + R\bar{0}4 Q_n + R\bar{0}1 Q_0' + R\bar{0}2 Q_0 + R\bar{0}5 \delta_0' + R\bar{0}6 \delta_0 + RN\bar{0}9 \}$$

$$\delta_r = C91(r) Q_n' + C92(r) Q_n + C93(r) Q_0' + C94(r) Q_0 + C95(r) \delta_0' + C96(r) \delta_0 + \frac{1}{\pi} \delta_n + TF2(r)$$

$$\delta_r' = C92(r) Q_n' + C91(r) Q_n + C94(r) Q_0' + C93(r) Q_0 + C96(r) \delta_0' + C95(r) \delta_0 + \frac{1}{\pi} \delta_n + TF2D(r)$$

ここで、 $RN1 \sim RN8$, $R\bar{0}1 \sim R\bar{0}9$ は定数で、 $CF1(r) \sim CF6(r)$, $C91(r) \sim C96(r)$, $TF1(r)$, $TF1D(r)$, $TF2D(r)$, $TF2(r)$ はその中に双曲線関数を含む関数である。境界値 Q_0 , Q_0' , δ_0 , δ_0' , $\delta_n (= \delta_n')$, Q_n , Q_n' は、先の境界条件式 (7), (8), (11), (12) と上述の4つの式で r に適当な値を代入した式とから7元連立方程式を解いて得られる。

3. 数値計算例

前柱の $0 \sim n$ 間に等分布荷重が載荷された場合の本構造物と通常の多層ラーメンとの数値計算を次の断面諸元で行ない、それらの変位図、モーメント図を右に示す。

$$q = 3 \text{ t/m}$$

$$I = 5.36 \times 10^5 \text{ cm}^4$$

$$l = 10 \text{ m}$$

$$\bar{I} = 3.00 \times 10^5 \text{ cm}^4$$

$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$I_n = 1.00 \times 10^6 \text{ cm}^4$$

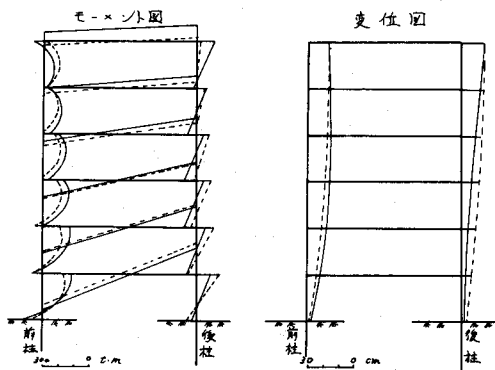
$$K = 100 \text{ kg/cm}^2$$

$$\lambda = 5 \text{ m}$$

$$n = 6$$

—— 本構造物

----- 99層ラーメン



4. あとがき

数値計算例から明らかなように、両者の間には、大きな相異はなく、ただ上端において本構造物のモーメントが99層より大きくなる程度である。また、 n 点に水平方向に集中荷重が作用した場合には、本構造物は多層ラーメンと同一の値をもつ。今後は、この種の構造物の立体的解析を行なう予定である。

5. 参考文献

- 1) Sumio G. Nomachi, Ken'ichi G. Matsuoka; Applications of Finite Integration Transforms for Structural Mechanics.
- 2) Sumio G. Nomachi, Ken'ichi G. Matsuoka; Some Formulas Derived from Finite Integration.
- 3) Sumio G. Nomachi; On Finite Fourier Sine Series with Respect to Finite Differences.
- 4) Timoshenko and Woinowsky-Krieger; Theory of Plates and shells.