I-24　仮想の巨大なトラス橋の電算解

信州大学工学部　正員　○夏目正太郎
〃　〃　谷本勉之助

## 1. まえがき

巨大な骨組構造物は、その挙動を平面分けした動きに限定せず、3次元立体空間にて検討することが望まれる。そのために、1節点から出る部材数も多く、あい対する節点のひろがりは混然としてくる。また部材の接合状態により軸力のみが作用する部材も出来たり、曲げモーメント，ねじりモーメントも同時に作用する部材も出来てくる。一部材においても1端は曲げモーメントの伝達をするが他端はその伝達の役割をもたないような接合になっていることもある。この様な種々の條件も外部から指定して忠実に取り込むような計算にしなければならぬ。

立体解析の骨組部材は、軸力，曲げモーメント，ねじれに抵抗する材料であり，弾性変形の領域では微小変形理論を適用するのであるから，前記の異なる3種の内力は弾性体内部ではそれぞれ独立の要素として考えてよい。

したがって、1部材の両端における変形と力の関係を定義しておけば、その部材が節点での接合状態により、全体の力釣り合い式を記述することが出来る。構造物は1本1本の部材が接合されて、支点で支えられ、全体の安定を得るわけであるが、全体が満足されるためには、当然，個々の節点における釣り合いが保たれなければならない。局所局所での平衡方程式が出来るが，巨大な構造物であれば，なおのこと，その配列の順序は考慮しなければならない。多元の連立方程式を解く時の注意がこゝに活かされるべきである。得られた結果は信頼性のある精度で，しかも能率よく求められなければ、効果は半減するであろう。計算機での数値解法は、特定の構造物だけが解けると云う狭い利用価値のものでなく，目的とするのは，骨組構造物なら，データによる仕分けで如何なるものも受けつけるような解析と、プログラムが作られなければならない。それでこそ汎用性を提唱するものと云える。我々はこゝにそれが完成されたので報告するものである。

## 2. 基本式

3次元立体構造物の骨組部材が必要とする挙動は，部材軸方向の伸縮，それに直交する2方向のたわみと，たわみ角，また軸方向のまわりに生ずるねじれ角であろう。これらはつぎに示す式で表わすものとする。

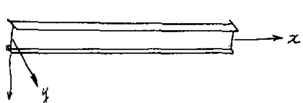

図 1.

部材の軸方向は局所的な座標x，y，zのx軸と一致させる。（図 1.）

軸方向変位：$u = \lfloor 1 \quad \rho \rfloor \mathbb{N}_u$　(1)　ただし，

軸まわりねじれ：$\phi = \lfloor 1 \quad \rho \rfloor \mathbb{N}_\varphi$　(2)　$\rho = \frac{x}{L}$

y方向のたわみ：$w_y = \lfloor 1 \quad \rho \quad \rho^2 \quad \rho^3 \rfloor \mathbb{N}_{w_y}$　(3)　$L$ = 部材長

z方向のたわみ：$w_z = \lfloor 1 \quad \rho \quad \rho^2 \quad \rho^3 \rfloor \mathbb{N}_{w_z}$　(4)　$\mathbb{N}_u, \mathbb{N}_\varphi, \cdots$ 未定常数

これら変形量から誘導される力量は，軸力(F)，ねじれモーメント(T)，せん断力(S)，曲げモーメント(M)である。

$$F = \frac{EA}{L}\frac{du}{d\rho}, \quad T = \frac{GJ}{L}\frac{d\phi}{d\rho}, \quad S = -\frac{EI}{L^3}\frac{d^3w}{d\rho^3}, \quad M = -\frac{EI}{L^2}\frac{d^2w}{d\rho^2}, \quad \left(\theta = \frac{1}{L}\frac{dw}{d\rho} \text{ たわみ角}\right) \quad (5)$$

これらをまとめて状態ベクトルとすれば、部材に準拠したものとして $\overline{\mathbb{V}}$，$\overline{\mathbb{U}}$ をもって示せば

$$\overline{\mathbb{V}} = \begin{bmatrix} F_x \\ S_y \\ S_z \\ T_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}, \quad \overline{\mathbb{U}} = \begin{bmatrix} u \\ w_y \\ w_z \\ \phi \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} \cdots \quad (6) \qquad \begin{bmatrix} \overline{\mathbb{V}}_0 \\ -\overline{\mathbb{V}}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha' & \beta \\ \alpha & -\beta' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\mathbb{U}}_0 \\ \overline{\mathbb{U}}_1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

であり，部材中間に荷重があればこれに荷重項を付すことになる。節点荷重となると部材に属す荷重としてでな

く、直接平衡方程式へ入れることとすればよい。変形法は構造物の節点にて変位を考えるのであるからこの節点変位に準じた部材力を発生させ、各節点で平衡方程式が立てられる。従って節点変位を各部材に準拠した変位に変換するために1種の射影子が必要であり、これを $\mathbb{J}$ とす。また発生した部材力は全体の平衡方程式を満足させねばならぬので射影するわけで、これを $\mathrm{II}$ とする。結局

$$\begin{bmatrix} \mathbb{V}_0 \\ -\mathbb{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda' & \mu \\ \lambda & -\mu' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{U}_0 \\ \mathbb{U}_1 \end{bmatrix} , \qquad \begin{bmatrix} \lambda' & \mu \\ \lambda & \mu' \end{bmatrix} = \mathrm{II} \cdot \begin{bmatrix} \alpha' & \beta \\ \alpha & \beta' \end{bmatrix} \cdot \mathbb{J} \qquad (8)$$

であり、荷重(部材中間に載荷された場合)に対しても $\mathrm{II}$ を前がけしておくことになる。

### 3. 平衡方程式

考えている節点における釣り合い方程式は、節点番号で節点をとり出し、その番号より若い番号の節点と結んだ部材は $\rho=1$ 端での部材力 $\mathbb{V}_1$ で考え、考えている節点より多い番号と結んだ部材に対しては $\rho=0$ 端での部材力 $\mathbb{V}_0$ で平衡式を作るようにすると、

$$-\Sigma \mathbb{V}_1 + \Sigma \mathbb{V}_0 + P = 0 \qquad [\lambda]\{\mathbb{U}\}_{r-1} + [\lambda\ \sigma\ \mu]\{\mathbb{U}\}_r + [\mu']\{\mathbb{U}\}_{r+1} + P = 0 \quad (9)$$

ここで　$\sigma = -\Sigma\mu' - \Sigma\lambda'$　　$P$ は荷重マトリックスである。

かくして、単位構内の節点全部で平衡方程式が出来れば書き並べによって3軸型となる。すなわち

$$A_{s-1}[\mathbb{U}]_{s-1} + B_s[\mathbb{U}]_s + C_{s+1}[\mathbb{U}]_{s+1} + [P]_s = 0 \qquad (10)$$

$A$, $B$, $C$ はそれぞれ剛性マトリクスであるが、節点の番号付けを座標と同じに増加させるよう配慮すると、それぞれ帯状の配列が作られ、計算するときの能率に大きく影響する。また射影子を作る時に符号の心配をせずにすませる。漸化方式で解くためには、やはり能率化を配慮して、単位構の設定も研究されるべきである。

(10)式を集めると全体の様子が3軸型になっていることがわかるし、我々は常にこのようなしくみにもってゆくのである。

### 4. 計算例

計算のモデルは、南港連絡橋のデータを拝借し、中央吊りスパンの部分を故意に剛結にしたために、仮想巨大トラスとなったのである。前にも述べたようにデータによって構造物が特定となるのである。最初に節点に関するデータ、すなわち、漸化順番号(単位構番号)節点番号、その座標、荷重、支点条件の有無を同じに作る。つぎに節点を結ぶ部材の $\rho=0$ 端の単位構番号と節点番号、$\rho=1$ 端の節点番号と断面性状を作る。これらはすべて単位構ごとに補助記憶装置へ記憶させ、必要に応じてメモリーへ取り出すことにする。(10)式を作る際部材が結合されている節点を探すのである。結合されていればそこに平衡方程式へ参加し割り付けられる。節点数は単位構ごとに異るときは $B$ のサイズが増減する。従って予め最大のサイズを設定しておく。南港大橋に関してのデータは阪神公団のご厚意によるものであり、感謝いたします。結果については、幅員方向からの横荷重が作用したときのもので対称荷重を作用させ、対称位置にある節点の動きを比較すると、例えば橋の中間点上77mにある節点の変位が 0.211, 557, 391, 946 (m) と全く一致した値を得ました。データ読み込みから変形、部材力、反力の計算まで356secである。設定した系は大きなものであったが、非常に能率よく計算出来たと思う。三菱総合研究所の計算機を使用し、ソフト開発一課のスタッフの方々に多大なご協力を頂いたことを付記し、感謝の意を表します。