I-19　　　　　　　　　　　　　　直方体の応力解析について（その2）

北見工業大学　正員　奥村　勇

1．まえがき　前回報告した「直方体の応力解析について」で（a）の場合，即ち，底面の変位が拘束された直方体が上面の中央に一様分布の圧縮荷重を受けた場合についての計算結果が得られたので報告します。

2．Cube の場合に対する解　前回の報文中の式（13）の5群連立方程式は Cube（$a=b=h$）の場合で荷重が正方形分布（$c=d$）の場合には，$B^2_{ni}=A^2_{ni}$ の関係があるので4群連立方程式に低下する。未知定数を無次元化し，反復法で解くのに適した形に整頓して示せば次のようになる。但し，a は Cube の辺長，c は載荷幅，q_0 は荷重強度を表わす。

$$A_{ns}=\frac{A^2_{ns}}{a q_0}\ ,\ C_{is}=\frac{1}{2a q_0}(C^2_{is}+\overline{C}^2_{is}),\ \overline{C}_{is}=\frac{1}{2a q_0}(C^2_{is}-\overline{C}^2_{is}),\quad D_{is}=\frac{\overline{C}^3_{is}}{a^2 q_0}$$

$l_{ns}=\frac{\pi}{2}\sqrt{n^2+4s^2}\quad m_{ni}=\frac{\pi}{2}\sqrt{n^2+4i^2}\quad \gamma_{is}=\pi\sqrt{i^2+s^2}\quad (i,s,n=0,1,2,\cdots)$ と置く。

$$H_{is}C_{is}=-\overline{N}_{is}\sum_{n=0}^{\infty}({}_nI^2_{is}A_{ns}+{}_nI^2_{si}A_{ni})-K_{is}\sum_{n=0}^{\infty}({}_nI^1_{is}A_{ns}+{}_nI^1_{si}A_{ni})+ +K_{is}M_{is}-\overline{N}_{is}p_{is} \tag{1}$$

$$\gamma_{is}\overline{N}_{is}\overline{C}_{is}=-\gamma_{is}N_{is}C_{is}+\sum_{n=0}^{\infty}({}_nI^1_{is}A_{ns}+{}_nI^1_{si}A_{ni})-M_{is} \tag{2}$$

$$I_{ns}A_{ns}=-\sum_{i=0}^{\infty}({}_iJ_{sn}A_{ni}+{}_iK_{ns}C_{is}+{}_i\overline{K}_{ns}\overline{C}_{is}-{}_iL_{ns}D_{is}) \tag{3}$$

$$L_{is}D_{is}=\sum_{n=0}^{\infty}({}_nI^3_{is}A_{ns}-{}_nI^3_{si}A_{ni}) \tag{4}$$

ここで

$$H_{is}=\gamma_{is}\left[-\frac{8}{\sinh 2\gamma_{is}}\{\gamma^2_{is}+(1-\nu)^2\}+(8\nu-6)\sinh 2\gamma_{is}\right]$$

$$\overline{N}_{is}=2(\gamma_{is}-1+\nu)\coth 2\gamma_{is}+2\nu-1-2\gamma_{is},\quad K_{is}=\frac{2}{\sinh 2\gamma_{is}}(\gamma_{is}-1+\nu)+e^{-2\gamma_{is}}$$

$$M_{is}=\frac{c^2}{a^2}\cdot\frac{4\nu(1-2\nu)}{2(1-\nu-2\nu^2)}\cdot(\delta_s\overline{\delta}_i(-1)^i+\delta_i\overline{\delta}_s(-1)^s),\quad N_{is}=2(\gamma_{is}+1-\nu)\coth 2\gamma_{is}+2\nu-1+2\gamma_{is}$$

$$p_{is}=\frac{2c}{a\pi}\left(\frac{\overline{\delta}_i\delta_s}{i}\sin\alpha_i c+\frac{\overline{\delta}_s\delta_i}{s}\sin\beta_s c\right)+\frac{4}{\pi^2}\cdot\frac{\overline{\delta}_i\overline{\delta}_s}{is}\sin\alpha_i c\,\sin\beta_s c$$

$${}_nI^1_{is}=\frac{16(-1)^{i+1}}{E^2}\sinh l_{ns}\left[i^2\{n^2+4s^2+(1-\nu)E\}-\varepsilon_i s^2(4i^2-\nu E)\right]$$

$${}_nI^2_{is}=\frac{16(-1)^{n+i}\varepsilon_i}{E^2}\sinh l_{ns}(n^2i^2+\nu s^2E)$$

$$I_{ns}=\frac{l_{ns}}{\sinh l_{ns}}(l_{ns}+\cosh l_{ns}\sinh l_{ns}),\quad {}_iJ_{sn}=\frac{4(-1)^{s+i}\varepsilon_i}{E^2}\sinh m_{ni}(16i^2s^2+\nu n^2E)$$

$${}_iK_{ns}=\frac{8(-1)^{i+n}\varepsilon_n}{E^2}(n^2i^2+\nu s^2E)e^{2\gamma_{is}}-\frac{8(-1)^i\varepsilon_n}{E^2}\{i^2(n^2+E)+\nu(s^2-i^2)E\}$$

$${}_i\overline{K}_{ns}=\frac{-8(-1)^{i+n}\varepsilon_n}{E^2}(n^2i^2+\nu s^2E)e^{-2\gamma_{is}}+\frac{8(-1)^i\varepsilon_n}{E^2}\{i^2(n^2+E)+\nu(s^2-i^2)E\},\quad {}_iL_{ns}=\frac{8(-1)^i\varepsilon_n}{E}is\gamma_{is}$$

$$L_{is}=\frac{2\gamma^2_{is}}{is}\coth 2\gamma_{is},\quad {}_nI^3_{is}=\frac{32(-1)^{i+1}}{E}(1-\nu)\sinh l_{ns},\quad E=4i^2+4s^2+n^2$$

$$\varepsilon_i=\begin{cases}1 & i\geqq 1\\ \frac{1}{2} & i=0\end{cases},\quad \delta_i=\begin{cases}1 & i=0\\ 0 & i\neq 0\end{cases},\quad \overline{\delta}_i=\begin{cases}0 & i=0\\ 1 & i\neq 0\end{cases}$$

3．計算例　$a=b=h$ の Cube で載荷幅が $c=d$ の正方形分布の場合を取り扱った。Cube の辺長と載荷幅との比 $\gamma=a/c$ が 10/9，2.0，5.0 の3つの場合に対して，ポアソン比はすべて $\nu=0.20$ として応力を求め，図－1から図－6までに示した。級数の項数は24項まで取り，連立方程式の解法は加速係数を用いた反復

法により行なった。参考文献：「直方体の応力解析について」土木学会第27回年次学術講演会，第1部

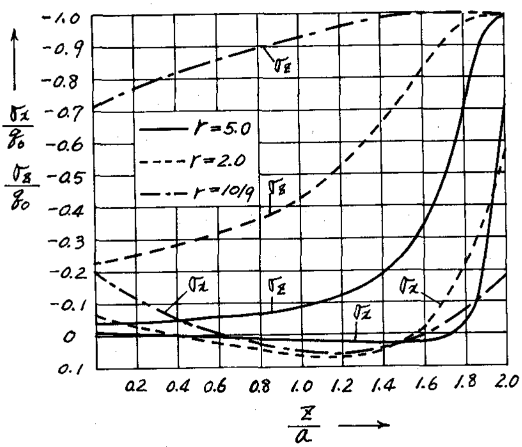

図-1　z軸にそった直応力の分布

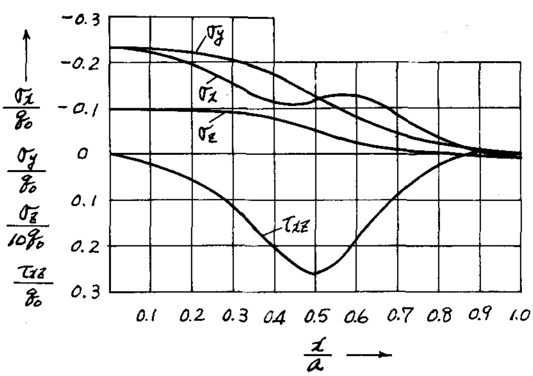

図-2　(r=2.0, z=1.8a, y=0)

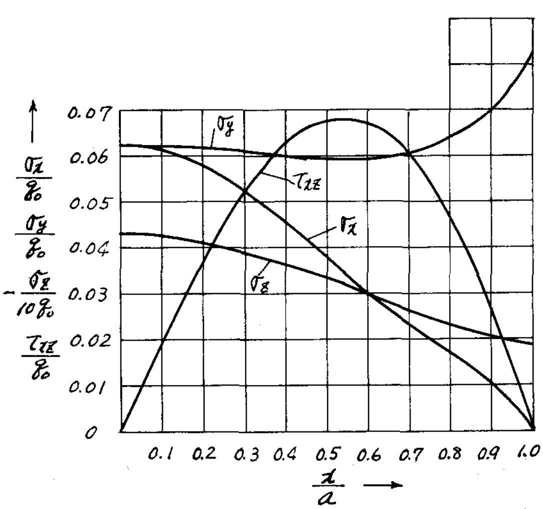

図-3　(r=2.0, z=1.0a, y=0)

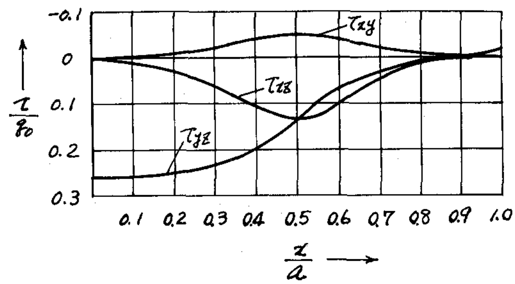

図-4　(r=2.0, z=1.8a, y=0.5a)

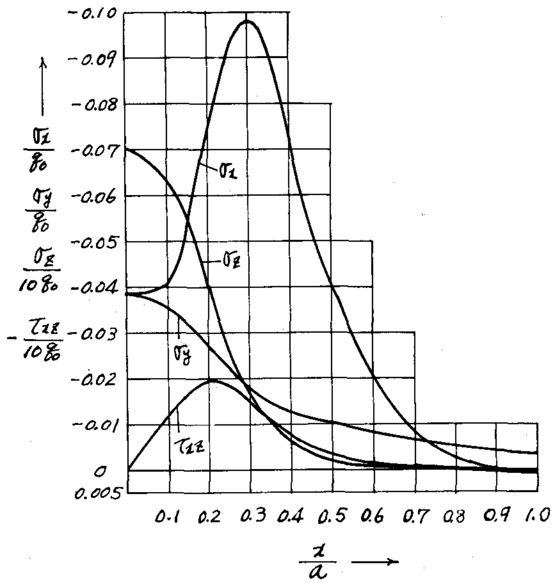

図-5　(r=5.0, z=1.8a, y=0)

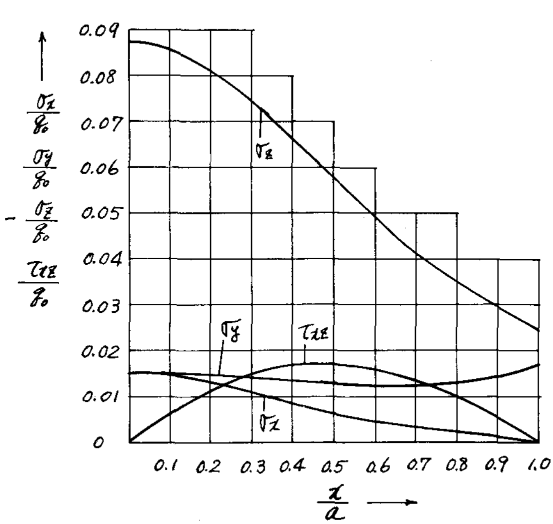

図-6　(r=5.0, z=1.0a, y=0)