I-17　トラスの信頼性について

金沢大学工学部　正会員　小堀為雄
石川高専　正会員　○出村禧典

1．まえがき

簡単な載荷実験より得られた測定データを基に，トラス橋の信頼度を求める一つの手法について発表する。一般に構造物の信頼度を論ずる場合，作用荷重と構造物の強度との両面のバラツキを考えなければならないが，ここでは強度のバラツキのみに注目する。

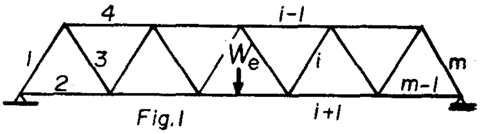

Fig.1

2．載荷実験からの破壊確率の推定

まず，Fig.1に示すトラスの任意の位置に実験荷重 W_e を載荷し，各々の部材の測定応力を $s_{e,i}$ とする。各部材について荷重と応力の関係を示す定数 C_i を求める。

$$C_i = s_{e,i} / W_e \qquad (1)$$

各々の部材にはすでに死荷重応力 $s_{d,i}$ が導入されているので，このことを考慮して，任意の荷重 W による全応力 s_i は次式で表わされる。

$$s_i = C_i W + s_{d,i} \qquad (2)$$

s_i が大きくなり，次式で表わされる条件が満足されると部材 i が破壊する。

$$s_i > s_{y,i} \qquad (3)$$

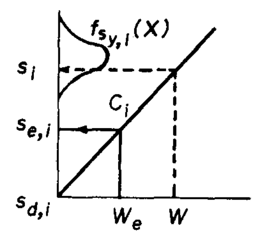

Fig.2

破壊強度 $s_{y,i}$ のバラツキを考慮するために，$s_{y,i}$ を正規分布に従う確率変数と考え，その密度曲線を $f_{s_{y,i}}(X)$ とする（Fig.2参照）。しかるとき，部材 i の破壊確率 $p_{s,i}$ は次式で表わされる。

$$p_{s,i} = \int_{s_{e,i}}^{s_i} f_{s_{y,i}}(X)\,dX \qquad (4)$$

ここで，実験によって $s_{e,i}$ 以下の $s_{y,i}$ が保証されているので初期値として $s_{e,i}$ をとる。

各部材の破壊確率が求まれば，トラス構造では1部材の破壊が構造物全体の破壊となるためK，構造物の破壊確率 $p_{s,s}$ は次式で表わされる。

$$p_{s,s} = 1 - \prod_{i=1}^{m} (1 - p_{s,i}) \qquad (5)$$

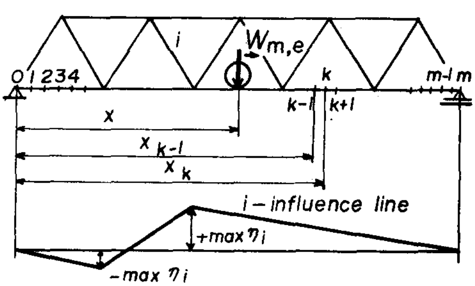

Fig.3

m は部材数，$1 - p_{s,i}$ は1部材あたりの生存確率となり，構造物の生存確率は全部材の積で表わされる。

3．移動荷重による破壊確率

Fig.3に示す支点Aから支点Bに向って W_m なる荷重が移動するときの破壊確率をつぎのようにして求める。まず，$W_{m,e}$ なる実験荷重を通過させ，各部材の応力 $s_{e,i}(X)$ を測定し，影響線 $\eta_i(X)$ を求める。

$$\eta_i(X) = s_{e,i}(X) / W_{m,e} \qquad (6)$$

移動荷重 W_m によって部材 i に生ずる応力 $s_i(X)$ は次式で与えられる。

$$s_{e,i}(X) = \eta_i(X)\, W_m + s_{d,i} \qquad (7)$$

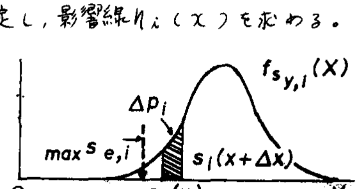

Fig.4

いま，荷重がXなる位置よりΔXだけ進んだために，応力 $s_i(X)$ が $s_i(X+\Delta X)$ に変化したとすると，この応力の変化による部材 i の破壊確率 Δp_i は式（8）で表わされる。

$$\Delta p_i=\int_{s_i(x)}^{s_i(x+\Delta x)} f_{s_{y,i}}(X)\,dX \qquad (8)$$

もし $|s_i(x+\Delta x)|<|s_i(x)|$ ならば，$|s_i(x)|$ 以下の応力はすでに破壊確率の計算に組み入れられているので，ここではその確率を0とする。また，初期値 $s_i(x)$ が載荷実験中に生じた最も大きい応力 $\max S_{e,i}$ よりも小さければ，初期値は $\max S_{e,i}$ とする。なお交番応力が生じる場合は，応力の性質の変化にともない密度関数も変わる。

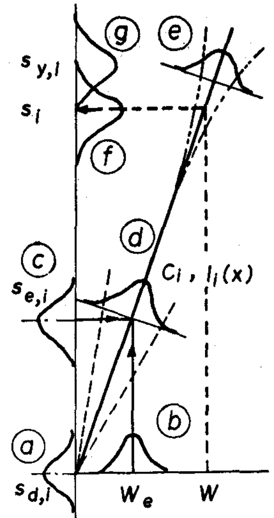

Fig.5

つぎに，移動荷重を考えるために，支間をn等分し荷重を1分割ごとに移動させるものとし，以下の4つの確率を考える（Fig.3参照）。

F(k)：荷重 W_m がk点に達するまでにトラス構造が破壊する確率。

L(k)：荷重 W_m がk点に達するまではトラス構造が破壊しない確率。

f(k)：荷重 W_m が(k−1)点に達するまでは破壊せず，(k−1)点よりk点に移動する間に破壊する確率。

h(k)：荷重 W_m が(k−1)点よりk点へ移動する間に破壊する確率。

ここに，h(k)は式(8)の x を x_{k-1}，$x+\Delta x$ を x_k に書きかえた Δp_i を用いて次式で表わされる。

$$h(k)=1-\prod_{i=1}^{m}(1-\Delta p_i) \qquad (9)$$

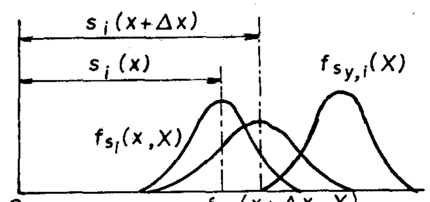

Fig.6

その他の確率は以下の式でそれぞれ求められる。

$$f(k)=h(k)\times L(k-1) \qquad (10)$$

$$F(k)=\sum_{j=1}^{k} f(j) \qquad (11)$$

$$L(k)=1-F(k) \qquad (12)$$

従って移動荷重 W_m がトラス橋を通過する間に破壊する確率は式(11)より $k=n$ とおいて求められる。

4．その他測定データのバラツキなども考慮する場合

抵抗力の他に部材iに生じる応力 s_i にも幾つかの不確定な要素が含まれる（Fig.5参照）。

(i) 死荷重応力を測定することは事実上不可能で，解析などによって推定せざるを得ない（Fig.5 ⓐ）。

(ii) 実験荷重 $W_{e,i}$ を正確に測定することは困難であり，また載荷位置にも誤差がある（Fig.5 ⓑ）。

(iii) $S_{e,i}$ には，測定における読み取り誤差，器械誤差などのためにバラツキが生じる（Fig.5 ⓒ）。

(iv) C_i，また $l_i(x)$ には $S_{e,i}$ または W_e のために生じるバラツキ（ⓓ参照）のほかに，構造物の線形関係の乱れによって生じるそれ自体のバラツキも考えられる（Fig.5 ⓔ）。

以上のことから，これらのバラツキを考慮に入れるために全応力 $S_{e,i}$ を正規分布に従う確率変数と考える（ⓕ参照）。その標準偏差 σ_{s_i} は次式で表わされるものとする。ここに，σ_i は部材iについての定数であり

$$\sigma_{s,i}=K\cdot|S_i|+\sigma_i \qquad (13)$$

，(13)式はバラツキには応力 $|s_i|$ の大きさによって変化するものとしないものが存在することを示す。

そこで，移動荷重 W_m が Δx だけ進んだときの破壊確率は次式で表わされる。

$$\Delta p_i=\int_0^\infty F_{s_{y,i}}(X)\left[f_{s_i}(x+\Delta x,X)-\underset{x=0}{\overset{x}{\mathrm{MAX}}}\{f_{s_i}(x,X)\}\right]dX \qquad (14)$$

$$F_{s_{y,i}}(X)=\int_0^X f_{s_{y,i}}(X)\,dX \qquad (15)$$

ここに，$\underset{x=0}{\overset{x}{\mathrm{MAX}}}\{f_{s_{y,i}}(x,X)\}$ は，x が0から x に到るまでの最大値を示し，したがってその値より $f_{s_i}(x+\Delta x,X)$ が小さいならば，左辺の[　　]は0とおく（Fig.6参照）。