I-16　荷重履歴による強度劣化を伴なう構造物の信頼性理論

京都大学大学院　学生員　○小池　武
京都大学工学部　正員　亀田弘行

1.　まえがき　本研究は、荷重の大きさに依存する強度劣化の概念を導入することによって、くり返し荷重を受ける構造物の信頼性理論に、新たな展開を与えたものである。この理論の特色は、①残存強度の確率分布を誘導したこと。②従来の信頼性理論で考慮されていなかった非破壊効果と、そして、荷重の大きさに依存する強度劣化効果を、信頼性理論に導入したこと。③危険率のより正確な評価を与えたこと。④耐用期間中の任意の時点での、過去から未来に渡る荷重列に対する構造物の信頼性の変化を予測する方法を与えたこと。等である。

2.　信頼性理論

2.1.　従来の信頼性理論　Freudenthal, et. al[1]により確立された古典信頼性理論では、構造物の残存強度R_Nが、常に、初期強度R_0に等しいか、又は、作用荷重の載荷回数にのみ依存して劣化すると仮定するかのいずれかであった。したがって、両者の場合、ともに、その確率分布特性は、初期強度の確率分布特性に等しくなる。前者の仮定（i.e. $R_N=R_0$）に従う場合は、危険率$h_N(n)$が、単調減少性を示すことをAng and Amin[2]が指摘したが、これは、抵抗強度の劣化を無視したことによる結論であり、構造物の信頼性を過小評価している。一方、荷重履歴に生き残ったという非破壊効果が、残存強度の確率分布特性に反映されていないため、Fig.4に見るように、中央安全率のとり方によって構造物の信頼性を過大評価することもある。次に、後者の仮定（i.e. $R_N=R_0\psi(N)$　$\psi(N)$：非増加正値単調函数）が適用可能なのは、一定荷重又は、狭帯域のランダム荷重に限定され、バラツキの大きいランダム荷重に対しては、適用不可能となる。この場合には、本研究で提示するような、荷重の大きさに依存して強度劣化を生じるという仮定を導入しなければならない。

2.2.　提示する信頼性理論　(i) 仮定　残存強度R_Nは、強度劣化係数$\varphi(S)$を用いて次のように定義できる。

$$R_N(s_1, s_2, \cdots, s_N) = R_0 \prod_{k=1}^{N} \varphi(s_k) \qquad ここで\ 0 \leq \varphi(S) \leq 1 \qquad \text{-------- (1)}$$

Fig.1に示すような強度劣化モード，タイプAとタイプBを考え、それぞれに対応する強度劣化係数$\varphi_A(x)$, $\varphi_B(x)$を次のように与える。

$$\varphi_A(x) = \exp\left(-c_A \cdot \frac{x}{r_m}\right) \qquad \text{------ (2)}$$

$$\varphi_B(x) = \frac{1}{2}\left[1-\mathrm{erf}\left(\frac{x/r_m-\xi}{\sqrt{2}\,c_B}\right)\right] \qquad \text{------- (3)}$$

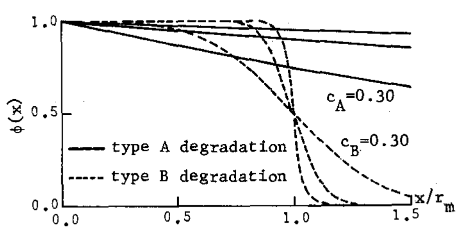

Fig.1.　The Strength Degradation Modes

ここでr_m：初期強度の平均値，c_A, c_B, ξ：無次元パラメータ

従来の理論と比較のため，$\psi(k) = \exp(-c_A \cdot \frac{k}{\nu})$とする。----- (4)

(ii) 将来のランダム荷重列に対する信頼性理論

$n-1$個の荷重作用に生き残る構造物の残存強度の確率分布$F_{R_{n-1}}(x)$を用いると、危険率$h_N(n)$が次式で定義できる。

$$h_N(n) = \int_0^\infty F_{R_{n-1}}(x)\, f_{S_n}(x)\, dx \qquad f_{S_n}(x)\ ：第n番目の荷重の確率密度 \qquad \text{--------- (5)}$$

信頼性函数$L_N(n)$は、式(5)を用いて次式で与えられる。

$$L_N(n) = \prod_{k=1}^{n} \{1-h_N(k)\} \qquad \text{----------- (6)}$$

(iii) 過去の既知の荷重作用による影響を考慮した場合の信頼性理論

既知のℓ個の荷重列$s_1, s_2, \cdots, s_\ell$を受けた構造物の現在の残存強度R_0^*の確率分布$F_{R_0^*}^{(\ell)}(x; s_1, s_2, \cdots, s_\ell)$を用いると，危険率$h_N(1; s_1, s_2, \cdots, s_\ell)$，信頼性函数$L_N(1; s_1, s_2, \cdots, s_\ell)$は、次式で表わせる。

$$h_N(1; s_1, s_2, \cdots, s_\ell) = \int_0^\infty F_{R_0^*}^{(\ell)}(x; s_1, s_2, \cdots, s_\ell)\, f_{S_1}(x)\, dx \qquad \text{---------- (7)}$$

$$L_N(1; s_1, s_2, \cdots, s_\ell) = 1 - h_N(1; s_1, s_2, \cdots, s_\ell) \qquad \text{----------- (8)}$$

次に，$F_{R_0}(x) = F_{R_0^*}^{(\ell)}(x; s_1, s_2, \cdots, s_\ell)$として(5)式に代入すれば，過去$\ell$個の荷重作用に生き残って現存する構造物の

将来のN個の荷重作用に対する信頼性パラメータを求めることが可能となる。

3. 残存強度の確率分布

3.1. 将来の荷重列に対する場合

第1回の荷重s_1に生き残る構造物の残存強度の確率分布$F_{R_1}(x)$は，次式で定義される。

$$F_{R_1}(x)=P[R_1 \le x \mid \text{no failure in } s_1] \qquad \text{------- (9)}$$

式(1)と初期強度の確率分布$F_{R_0}(x)$を使うと，次式が得られる。

$$F_{R_1}(x)=\frac{\int_0^\infty \left[F_{R_0}\left(\frac{x}{\varphi(s_1)}\right)-F_{R_0}(s_1)\right] f_{S_1}(s_1)\, H(x-s_1\varphi(s_1))\, ds_1}{1-\int_0^\infty F_{R_0}(s_1) f_{S_1}(s_1)\, ds_1} \qquad \text{--------- (10)}$$

ここで $H(x)$は，ステップ関数

同様にすれば，n回の荷重作用に生き残る構造物の残存強度の確率分布$F_{R_n}(x)$は，次式で与えられる。

$$F_{R_n}(x)=\frac{\sum_{k=1}^{2^{n-1}} \iint\cdots\int_{s_i \in \mathcal{D}} \left[F_{R_0}\left(\frac{x}{\prod_{i=1}^{n}\varphi(s_i)}\right)-F_{R_0}(s_k^*)\right] H\left(x-s_k^*\prod_{i=1}^{n}\varphi(s_i)\right) f_{S_1 S_2 \cdots S_n}(s_1, s_2, \cdots, s_n)\, ds_1 ds_2 \cdots ds_n}{\sum_{k=1}^{2^{n-1}} \iint\cdots\int_{s_i \in \mathcal{D}} \left[1-F_{R_0}(s_k^*)\right] f_{S_1 S_2 \cdots S_n}(s_1, s_2, \cdots, s_n)\, ds_1 ds_2 \cdots ds_n} \qquad \text{........ (11)}$$

ここで， $$s_k^* = \max\left(s_1, \frac{s_2}{\varphi(s_1)}, \cdots, \frac{s_n}{\prod_{i=1}^{n-1}\varphi(s_i)}\right) \qquad \text{--------- (12)}$$

3.2. 過去の荷重列に対する場合

s_1という既知の大きさの荷重を負けた構造物の現在の残存強度R_0^*の確率分布$F_{R_0^*}^{(1)}(x;s_1)$は，次式で与えられる。

$$F_{R_0^*}^{(1)}(x;s_1)=P[R_0^* \le x \mid S_1=s_1]=\frac{F_{R_0}\left(\frac{x}{\varphi(s_1)}\right)-F_{R_0}(s_1)}{1-F_{R_0}(s_1)} H(x-s_1\varphi(s_1)) \qquad \text{------- (13)}$$

$F_{R_0^*}^{(2)}(x;s_1,s_2)$，$F_{R_0^*}^{(3)}(x;s_1,s_2,s_3)$，e.t.c. も同様の考え方で誘導することができる。

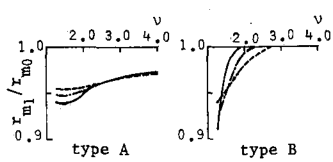

Fig.2. Mean Value Ratio

—— c_s=0.2 --- c_s=0.4 ···· c_s=0.6

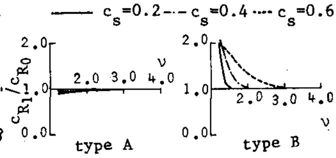

Fig.3. Ratio of Coeff. of Var.

4. 数値計算結果

4.1. 残存強度の平均値比r_{m_1}/r_{m_0}，変動係数比c_{R_1}/c_{R_0}

平均値比は，タイプAとタイプB共に，全般的に，1より小さな値をとる。特に中央安全率$\nu=r_{m_0}/s_{m_0}$の小さな範囲で，その傾向が著しい。これは，強度劣化効果の顕現として理解できる。変動係数c_sが0.6という非常に厳しい荷重条件において，構造物が生き残る時，非破壊効果の卓越する様子が，Fig.2から観察できる。タイプAでは，変動係数比は，ほとんど1に等しいのに反して，タイプBでは，νの小さな範囲で，2倍程度にバラツキが大きくなるのは，強度劣化効果に基づく結果である。

4.2. 危険率比$h_N(n)/h_N(1)$と信頼性函数$L_N(n)$

タイプAの危険率比は，全てのνにおいて，荷重作用と共に増加傾向にあるが，タイプBでは，νの小さな範囲でのみ，同様の傾向がみられる。一方，$\nu=3.0$では，古典理論で，R= const. の場合の危険率を下回る値をとっているが，これは，古典理論で考慮しなかった非破壊効果の影響である(Fig.4)。Fig.5は，信頼性函数に対して，同様の傾向が示されている。νが大きい時，古典理論の値に近づく傾向がうかがわれる。

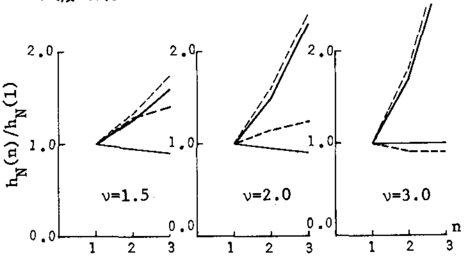

Fig.4. Failure Rate Ratio

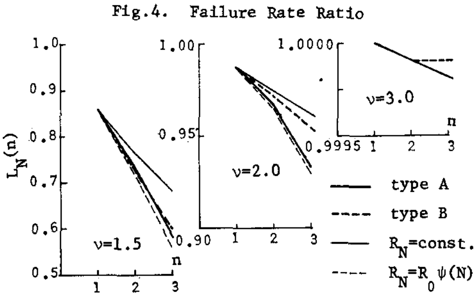

Fig.5. The Reliability Function

5. あとがき

この理論は，地震荷重のような，ランダムでかつ破壊的な荷重に対する構造物の信頼性の問題に適用しやすい形で提示されている。また，強度劣化モードに関する実験的・理論的研究が，現在なされている。

参考文献：1) Freudenthal. et. al.：A.S.C.E. Vol.92. ST1 p.p.267-325, 1966　2) Ang, A.H.-S. & Amin, M.：ASCE. Vol.94. EM2 p.p.559-583, 1968