I-11　2-箱桁橋の曲げと曲げねじりの考察

日本大学理工学部土木教室　正員　遠藤篤康

要旨

この研究は主に鉄筋コンクリート（PC桁）の2-箱主桁の断面を持つ道路橋を対称としたものであって、この型式の橋は主桁の上フランジが床板の役目を兼ねている。両主桁の荷重分担については主桁のねじり抵抗によって一種の格子作用をなすものであり、この主桁のねじり抵抗は両支点上に配置された端横桁が受け持つものと考える。従ってこの端横桁の剛性は相当大きなものが要求される。また中間（両支点間）には横桁を配置しないものと考え理論を誘導するが、配置を必要とすれば、この影響を別に考慮して応用すればよい。ここでは中間横桁の可否の問題は一応論ぜずあくまでも床板（主桁の上フランジ）の剛性および主桁のねじり剛性によって荷重が両主桁に分配されるものと考える。以上は構造的なものであるが、応力的には橋軸方向に生じる応力、純曲げ応力および純曲げねじり応力を中心に考えた。前者の純曲げ応力は従来の方法で余り問題とはならないが、後者の純曲げねじり応力についてはその分布が従来慣例の方法に従って純曲げ応力の中立軸にその回転軸が一致するか否かが不明である。若し前者の純曲げ応力の分布の中立軸に一致せず別のものであれば当然純曲げねじり応力による有効断面が生じるはずである。この有効断面は純曲げ応力の場合と違ってくる。ここでは両者（純曲げ応力の分布の中立軸の位置と純曲げねじり応力の分布の回転軸の位置）を別個のものと考え、純曲げねじり応力の回転軸の位置を求め、これに相当する有効断面を箱主桁の腹板の断面の剛性の函数で求めた。この件については次に述べる理論の誘導に当っての仮定条件に関するのでここで述べることにする。

理論の誘導上の仮定およびその順序

荷重体系を純曲げ応力が生じる場合と、純曲げねじり応力が生じる場合とに分離した。これは任意の位置に外力が作用した場合（床板上）アフインラスト（対称荷重と非対称荷重とに分けて別々に処理する）によって純曲げ応力が生じる場合と、純ねじり応力が生じる場合とに分け、後者の純曲げねじり応力が生じる場合を更に純ねじり応力と純せん断応力との場合に分けた。純ねじり応力の分布については主桁の横断面方向にリジットであるという条件である。この応力の分布は橋軸方向を通り、その回りを回転しこの回転軸からの距離に応力が比例関係を生じて分布する。この応力をδとすれば　$\delta = M_T / 2A$を満足する。このときのM_T；純ねじりモーメント，A；一方の箱主桁の中心線を結ぶ（上フランジおよび両腹板の中心線）面積をあらわしている。これは横断面方向がリジットであるという条件であるので更に次の応力が組合される。これは上フランジおよび両腹板が薄肉理論によるせん断流れに起因する応力であり、近似的には各プレート（箱主桁を各々上，下フランジおよび腹板を格点で切断したものと考えた場合）の純せん断力の影響と考えられる。この応力の分布は前の回転軸からの距離に逆比例して分布される。若しこの条件が満足しなければ箱主桁の横断方向には平面内に変形が生ぜず、橋軸方向に一種の波形湾曲が生じ両方向に対して変形が両平面内に生じる前定をやぶることとなり、このような現象についての論及は複雑となるのでこの問題は一応省略する。従って箱主桁は両平面内のみに変形するという条件ではおのずから断面寸法に限界が生じる。この限界から求めたものが曲げねじり応力の中立軸（ここでは回転軸）であり、ここから誘導されたものが曲げねじり応力の有効断面積でなければならない。

また分離された各プレート（上，下のフランジおよび両腹板）は橋軸方向には単にヒンジ結合されたものとしてその伝達されたせん断力を釣合方程式の要素に考え、その場合の垂直軸（橋の横断面の上下）の撓みの要素は

箱主桁の腹板が受持つものと仮定した。この場合の横断面方向の剛結は弾性支承上の桁として別に処理し補正すればよいことになる。

以上から腹板および上，下フランジの独立した各々の各プレートのエレメントに伝達されたせん断力および軸力を考慮して各々のプレートの曲げ応力の釣合方程式を考えた。（ここでは橋軸方向の応力を各プレートについて考えたので曲げ応力の釣合方程式は曲げねじり応力に相当する。）この各プレートの曲げ応力の式から箱主桁であるためには両腹板の格点において各々のフランジの曲げ応力の値に一致しなければならない。

以上から曲げねじりの中心となる位置までの距離を y_t（上フランジからの距離）とすれば次の結果式が成立する。

$$y_t = \frac{[\alpha_b \cdot \beta + 2\beta + 1]}{[\alpha_t + \alpha_b \beta + 3(\beta + 1)]} \cdot d \quad \text{---------} \quad (1)$$

$$\alpha_t = \frac{t_t}{t_c} \cdot \frac{b_t}{C}, \quad \alpha_b = \frac{t_b}{t_c} \cdot \frac{b_b}{C}, \quad \beta = \frac{b_b}{b_t}$$

（1）式は主桁が台形の場合であって、　t_t，t_c，t_b；上フランジ，腹板，下フランジの厚さ，b_t，b_b；上フランジ，下フランジの巾，　C；腹板の高さ，　d；桁高，を表わしている。

主桁が箱桁の場合，$\beta = 1$，$C = d$，となるので次の如し，

$$y_t = \frac{[\alpha_b + 3]}{[\alpha_t + \alpha_b + 6]} \cdot d \quad \text{-----------} \quad (2)$$

近似的には，　$t_c \fallingdotseq t_t = t_b$，　$\alpha_t = \alpha_b = k$，　$k = b/d$，

$$y_t \fallingdotseq \frac{(k+3)}{2(k+3)} \cdot d = \frac{d}{2} \quad \text{-----------} \quad (2')$$

箱主桁の場合ではほぼ腹板の中心附近を曲げねじり軸が通過することになる。（1）式および（2）式を満足する曲げねじり応力の有効断面を考え、その場合の要求される慣性モーメントを I_{ce} とすれば、

$$I_{ce} = \frac{2\beta[(\alpha_t+2)(\alpha_b+2)-1]}{(\beta+1)[\alpha_t + \alpha_b \cdot \beta + 3(\beta+1)]} \cdot I_c \quad \text{-----} \quad (3)$$

（3）式中 I_c は腹板の慣性モーメントをあらわし、主桁の断面が台形の場合であり、（1）式に相当する値で．主桁が箱桁の場合、

$$I_{ce} = \frac{[(\alpha_t+2)(\alpha_b+2)-1]}{(\alpha_t + \alpha_b + 6)} I_d \quad \text{---------} \quad (4)$$

近似的には、

$$I_{ce} = \left[\frac{(b/d+1)}{2} - \frac{1}{2(b/d+3)} \right] \cdot I_d \quad \text{---} \quad (4')$$

（4）式は（2）式に相当し（4'）式は（2'）式に相当する。これらの値は全く純曲げ応力の中立軸と全く別個のものである。特に（4'）式から $d = b$ であれば $I_{ce} \fallingdotseq (7/8) I_d$ まで有効となる。桁高 d と箱桁の巾 b とは寸法を定める要素が全く違うので一言することはできない。何故ならば（1）式～（4）式を通じていづれも各プレートの厚さおよび巾が影響する。また桁高は支間により左右され箱桁の巾は橋の巾員によって決定される要素を持つからである。この両者には余り関係がない。またそれぞれのプレートの厚さは上記のそれぞれ違った要素から決定されるからである。

結び

（1），（2）式の結果は純曲げ応力の中立軸の位置，同様に（3），（4）式の結果も（有効巾に相当）関係はないが通常の範囲の寸法では純曲げ応力の中立軸の位置，有効巾の値は大差ないと思われる。結果の詳細は講演の時に譲りたいと思います。