

九州大学工学部 正員 太田 俊昭
 宮崎大学工学部 正員 中沢 隆雄

1. やりがき

薄肉円管断面をもつ鋼管の、曲げと捩りの連成された非線型問題について、先に著者らは、作用外力としての曲げモーメントと捩りモーメントが、一定の比例漸増荷重に対する解析解を求めたが、ここでは任意の組み合せ荷重に対する一般式に対し、この種荷重を受ける鋼管構造物の非線型解析に、広く利用できるようにと目指している。すなわち、鋼管断面に生じる円周方向のせん断応力を一定とみなし、ゆがみ増分理論^{2),3)}に基づき曲げモーメント-曲率および捩りモーメント-捩り率の関係式を、断面分割法により誘導し、併せてHendryの全ゆがみ理論に対する解との比較から比分割数に対する解の収束度合を、漸増荷重の場合について検討している。

2. 基礎式の誘導

図1に示す一様円薄肉円管断面に、X軸まわりの曲げモーメントMとZ軸まわりの捩りモーメントTが作用する場合、せん断ゆがみ増分 $\dot{\gamma}$ および垂直ゆがみ増分 $\dot{\epsilon}$ は、Reussの方程式より一般に次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\gamma} &= 2\tau\lambda + \dot{\gamma}/G \\ \dot{\epsilon} &= 2/3 \cdot \sigma\lambda + \dot{\epsilon}/E \end{aligned} \right\} \text{----- (1)}$$

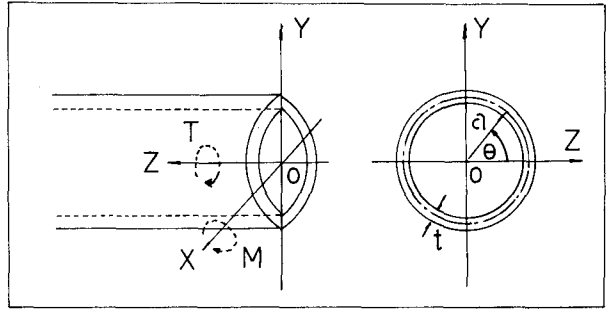


図-1

ただし、 G ; E : せん断弾性係数および弾性係数, λ : 正の比例定数,

$\dot{\gamma}$, $\dot{\epsilon}$: せん断応力 τ と垂直応力 σ の増分

変形の適合条件式は

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial s} + \dot{\omega} a \quad , \quad \dot{\epsilon} = -\gamma \dot{\psi} \text{----- (2)}$$

ただし、 $\dot{\phi}$, $\dot{\psi}$, $\dot{\omega}$: $\gamma=0$ の増分(=0)と曲率の増分および捩り率の増分,

s : 断面の円周方向に沿った軸, a : 捩り中心から肉厚中心までの距離。

応力のつり合い式は

$$\dot{M} = -\int \dot{\sigma} Y dA \text{----- (3)}$$

$$\dot{T} = \int \dot{\tau} a dA \text{----- (4)}$$

$$\text{式(3)より} \quad \bar{M} = \dot{M}/ka^2t = 2\pi(1+\nu) \left[\bar{\psi} - \frac{2}{3\pi} \int \dot{\sigma} \bar{x} Y dA \right] \text{----- (5)}$$

$$\text{式(4)より} \quad \bar{T} = \dot{T}/ka^2t = 2\pi \bar{c} \text{----- (6)}$$

ただし、 \bar{M} , \bar{T} : 曲げモーメントおよび捩りモーメントの増分, $\bar{\psi} = \dot{\phi}a/k$, $\bar{c} = \dot{\tau}/k$, $\bar{x} = \dot{\sigma}\lambda$,

$\bar{Y} = Y/a$, $dA = 2at d\theta/dt = 2a d\theta$, $\bar{c} = \dot{\tau}/k$, k : 純捩り降伏応力, ν : ポアソン比, t : 肉厚

次に、式(1), (2)の第1式より与えられる関係式 $\dot{\omega}a = 2\tau\lambda + \dot{\gamma}/G$ を全周にわたって積分すれば、捩り率算定式が次のように与えられる。

$$\bar{\omega} = \bar{c} + \bar{c} f(\bar{\lambda}) \text{----- (7)}$$

ただし、 $\bar{\omega} = \dot{\phi}a\dot{\omega}/k$, $f(\bar{\lambda}) = \int_s \dot{\lambda} ds/\pi a$

∴に、 $\bar{\lambda}$ の算定は Misses の降伏条件式 $\bar{\sigma}^2/3 + \bar{\tau}^2 = 1$, $\bar{\sigma} = \sigma/k$, $\bar{\tau} = \tau/k$ ----- (8) より次式で与えられる。

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{\sigma} \bar{\varepsilon} + \frac{2}{3} (1+\nu) \bar{\tau} \bar{\nu}}{\frac{2}{3} \bar{\sigma}^2 + \frac{2}{3} (1+\nu) \bar{\tau}^2}, \quad \bar{\nu} = q \delta / k, \quad \bar{\varepsilon} = q \dot{\varepsilon} / k \quad \text{----- (9)}$$

特に漸増負荷の場合、式(5)は塑性項も積分出来、次のように得る。

$$\begin{aligned} \bar{M} &= 2(1+\nu) (\pi + \sin 2\alpha - 2\alpha) \bar{\nu} \\ \cos^2 \alpha &= 3(1 - \bar{\tau}^2/4\pi^2) / 4(1+\nu)^2 \end{aligned} \quad \text{----- (10)}$$

∴に、 α : 塑性域をあらわすパラメータ ($\alpha = 0$ 参照)

一方、式(1)の代りに Hencky の式

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \sigma/E + \frac{2}{3} \sigma \bar{\nu} \\ \bar{\nu} &= \tau/q + 2\tau \bar{\nu} \quad , \quad \bar{\nu}: \bar{\nu} \text{ の比例定数} \end{aligned} \quad \text{----- (11)}$$

を用いれば、結局 $\bar{\omega}$ の算定式は次のように与えられる。

$$\bar{\omega} = \frac{\bar{T}}{2\pi^2} \left\{ \frac{2}{1+\nu} (\tan \alpha - \alpha) + \pi \right\} \quad \text{----- (12)}$$

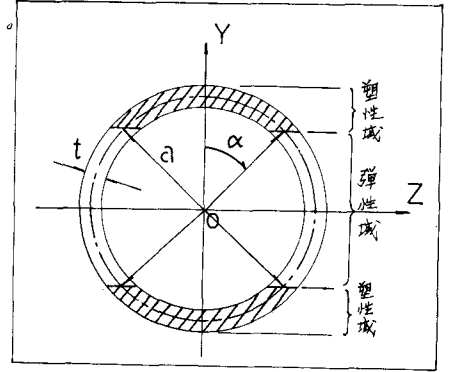


図-2

さらに、 $M/t = \text{一定}$ の漸増負荷の場合、文献(4)より式(7)は次のように得る。

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\omega}}{d\bar{\nu}} &= \left\{ \left[1 - \left[1 - \frac{\delta \alpha}{\pi(1+\nu)} \right] \left(\frac{\bar{M}}{2\pi R} \right)^2 \right] \left(\frac{\bar{M}}{2\pi R} \right)^2 \frac{d\bar{M}}{d\bar{\nu}} + \left[1 - \left(\frac{\bar{M}}{2\pi R} \right)^2 \right] \frac{2}{(1+\nu)\pi} \frac{\tan \alpha}{\bar{\nu}} \right\} / \left\{ 1 - \left(\frac{\bar{M}}{2\pi R} \right)^2 \right\} \\ \frac{d\bar{M}}{d\bar{\nu}} &= \frac{\bar{M}}{\bar{\nu}} - \frac{\delta(1+\nu) \tan \alpha}{\bar{\nu} \left\{ \frac{2}{3}(1+\nu)^2 \bar{\nu}^2 + \frac{2(1+\nu) \tan \alpha}{\pi^2 R^2} \bar{M} \right\}}, \quad R = \frac{M}{T} = \frac{\bar{M}}{\bar{T}} \end{aligned} \quad \text{----- (13)}$$

∴、弾性限界時および完全塑性時の相互作用曲線式は、それぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{弾性限界時} & \quad \frac{1}{3} \bar{M}^2 + \bar{T}^2 = 4\pi^2 \\ \text{完全塑性時} & \quad \frac{\pi^2}{12} \bar{M}^2 + \bar{T}^2 = 4\pi^2 \end{aligned} \quad \text{----- (14)}$$

3. 算例

比較のため、比例漸増負荷に対する換り率式と、式(17)、(12)、(13)を用いた解析結果を図3に示す。また、分割数の影響を調べるため、対称性を考慮して、断面の4分の1円をそれぞれ等角度5等分、等角度10等分および等高10等分した場合の $\bar{\omega}$ の値を表-1に列挙する。

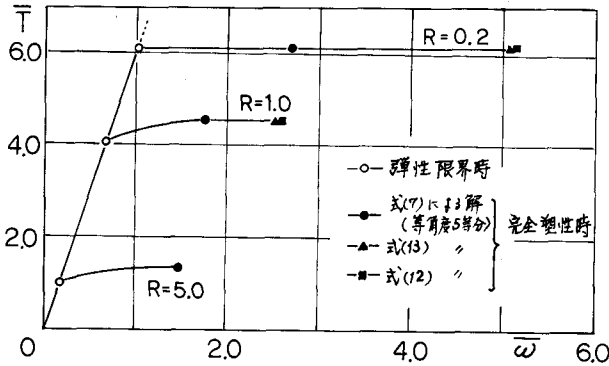


図-3

| R(M/T) | 断面分割法 | $\bar{\omega} (= q\omega/k)$ | |
|--------|------------|------------------------------|-------|
| | | 弾性限界時 | 完全塑性時 |
| 0.2 | (A) 等角度5等分 | 0.974 | 2.671 |
| | (B) " 10 " | 0.974 | 2.591 |
| | (C) 等高10 " | 0.974 | 2.936 |
| 1.0 | (A) | 0.654 | 1.692 |
| | (B) | 0.654 | 1.708 |
| | (C) | 0.654 | 1.970 |
| 5.0 | (A) | 0.171 | 1.487 |
| | (B) | 0.171 | 1.489 |
| | (C) | 0.171 | 1.747 |

表-1

参考文献 1) 太田・中沢・石道: 土木学会面管技部昭和41年度研究発表論文集, 2) Hill and Siebel: On Combined Bending and Twisting of Thin Tubes in the Plastic Range, Philosophical Magazine, vol XLII, 1951, 3) Steele: The Plastic Bending and Twisting of Square Members, Jour. Mech. Phys. Solids, vol 3, 1955, 4) 山崎・太田・片山: 土木学会第23回年次学術講演会要録, S43.10