I-5　　セル型矢板の側方不安定解析について

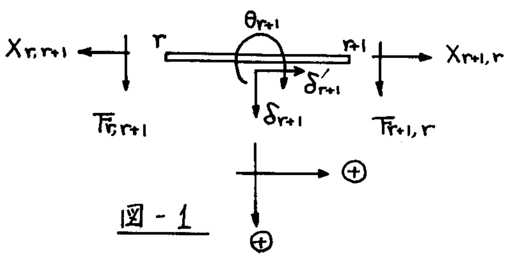
北海道大学工学部　正員　能町純雄
室蘭工業大学　正員　松岡健一
苫小牧高専　正員　○沢田知之

1. まえがき

本稿は,セル型矢板の側方不安定解析について考察したものであるが,矢板は,スパン方向にヒンヂ結合され,任意の矢板における半径方向の力と,接線方向の力を各々の変位と軸回りの回転変位で表わし,節点での力のつり合いを満足するように基本微分方程式を誘導する。これに境界条件等を考慮し,フーリェ変換を適用して,解析を進める。

2. 一般式

任意のシートパイルを取り出した図−1より,次の基本微分方程式が導かれる。



図−1

$$X_{r,r+1} + X_{r+1,r} = 2\cdot P \qquad (1)$$

$$X_{r+1,r} - X_{r,r+1} = EI\cdot\overset{....}{\delta}{}'_{r+1} \qquad (2)$$

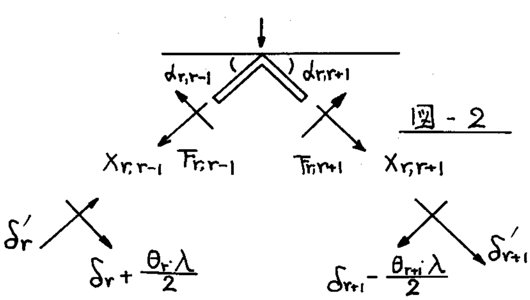
$$X_{r+1,r} = P + EI\cdot\frac{\overset{....}{\delta}{}'_{r+1}}{2} \qquad (3)$$

$$X_{r,r+1} = P - EI\cdot\frac{\overset{....}{\delta}{}'_{r+1}}{2} \qquad (4)$$

$$F_{r,r+1} = EI\cdot\frac{\overset{....}{\delta}_{r+1}}{2} - \frac{GJ}{\lambda}\ddot{\theta}_{r+1} \qquad (5)$$

$$F_{r+1,r} = EI\cdot\frac{\overset{....}{\delta}_{r+1}}{2} + \frac{GJ}{\lambda}\ddot{\theta}_{r+1} \qquad (6)$$

次に節点でのつり合いを求めると図−2より(7),(8)の2式が求まる。



図−2

$\Sigma H = 0$ より

$$X_{r,r+1}\cdot\cos\alpha_{r,r+1} + F_{r,r+1}\cdot\sin\alpha_{r,r+1} - X_{r,r-1}\cdot\cos\alpha_{r,r-1} - F_{r,r-1}\cdot\sin\alpha_{r,r-1} = 0 \qquad (7)$$

$\Sigma V = 0$ より

$$X_{r,r+1}\cdot\sin\alpha_{r,r+1} - F_{r,r+1}\cdot\cos\alpha_{r,r+1} + X_{r,r-1}\cdot\sin\alpha_{r,r-1} - F_{r,r-1}\cdot\cos\alpha_{r,r-1} = 2\cdot P\sin\alpha \qquad (8)$$

一方,適合条件より,次の(9),(10)の2式が導かれる。

$$\delta'_r\cdot\cos\alpha_{r,r-1} + \left(\delta_r + \frac{\theta_r\lambda}{2}\right)\cdot\sin\alpha_{r,r-1} = \delta'_{r+1}\cdot\cos\alpha_{r,r+1} - \left(\delta_{r+1}\ \frac{\theta_{r+1}\lambda}{2}\right)\cdot\sin\alpha_{r,r+1} \qquad (9)$$

$$-\delta'_r\cdot\sin\alpha_{r,r-1} + \left(\delta_r + \frac{\theta_r\lambda}{2}\right)\cdot\cos\alpha_{r,r-1} = \delta'_{r+1}\cdot\sin\alpha_{r,r+1} + \left(\delta_{r+1} - \frac{\theta_{r+1}\lambda}{2}\right)\cdot\cos\alpha_{r,r+1} \qquad (10)$$

ここで

$$\alpha_{r,r+1} = \alpha + \theta_{r+1} \qquad (11)$$

$$\alpha_{r,r-1} = \alpha - \theta_r \qquad (12)$$

また θ は微小故,

$$\cos\theta = 1$$

$$\sin\theta = \theta$$

(9)(11)(12) より

$$\delta_r'(\cos\alpha+\theta_r\sin\alpha)+\left(\delta_r+\frac{\theta_r\lambda}{2}\right)\cdot(\sin\alpha-\cos\alpha\cdot\theta_r)=\delta_{r+1}'(\cos\alpha-\sin\alpha\,\theta_{r+1})-\left(\delta_{r+1}-\frac{\theta_{r+1}\lambda}{2}\right)(\sin\alpha+\cos\alpha\,\theta_{r+1})$$

$$\therefore\ \cos\alpha\cdot\Delta\delta_r'-\sin\alpha\cdot\nabla\delta_r+\sin\alpha\cdot\frac{\lambda}{2}\cdot\Delta\theta_r=0 \qquad (13)$$

(10)(11)(12) より

$$-\delta_r'(\sin\alpha-\cos\alpha\cdot\theta_r)+\left(\delta_r+\frac{\theta_r\lambda}{2}\right)(\cos\alpha+\sin\alpha\cdot\theta_r)=\delta_{r+1}'(\sin\alpha+\cos\alpha\cdot\theta_{r+1})+\left(\delta_{r+1}-\frac{\theta_{r+1}\lambda}{2}\right)(\cos\alpha-\sin\alpha\cdot\theta_{r+1})$$

$$\therefore\ \sin\alpha\cdot\nabla\delta_r'+\cos\alpha\cdot\Delta\delta_r-\cos\alpha\cdot\frac{\lambda}{2}\cdot\nabla\theta_r=0 \qquad (14)$$

いま，各節点には等圧力が作用するから $\delta_r'=0$ を考慮して

$$-\nabla\delta_r+\frac{\lambda}{2}\cdot\Delta\theta_r=0 \quad (15) \qquad\qquad \Delta\delta_r-\frac{\lambda}{2}\nabla\theta_r=0 \quad (16)$$

よって，$\theta_r=0$ からはPは求まらない故， $\delta_r=0$ (17)

$\therefore\ \theta_{r+1}-\theta_r=0$ or $\theta_{r+1}+\theta_r=0$ (18)

(18)より $\theta_{r+1}=-\theta_r$ のみ解を与える (19)

又，ここで $\nabla f(x)=f(x+1)+f(x)$ $\quad\Delta f(x)=f(x+1)-f(x)$ を表わす。

一方，(7)と(3)〜(6)及び(17)(19)より水平方向のつり合いはとれている故，

(8)と(3)〜(6)及び(17)(19)より

$$\left(P-EI'\frac{\ddddot{\delta}_{r+1}'}{2}\right)(\sin\alpha+\cos\alpha\cdot\theta_{r+1})-\left(EI\frac{\ddddot{\delta}_{r+1}}{2}-\frac{GJ}{\lambda}\ddot{\theta}_{r+1}\right)\cdot(\cos\alpha-\sin\alpha\cdot\theta_{r+1})$$
$$+\left(P+EI'\frac{\ddddot{\delta}_r'}{2}\right)(\sin\alpha+\cos\alpha\cdot\theta_r)-\left(EI\cdot\frac{\ddddot{\delta}_r}{2}+\frac{GJ}{\lambda}\ddot{\theta}_r\right)\cdot(\cos\alpha-\sin\alpha\cdot\theta_r)=2P\cdot\sin\alpha \qquad (20)$$

故に，

$$P\cdot\theta_r+\frac{GJ}{\lambda}\ddot{\theta}_r=0 \qquad (21)$$

よって

$$P\cdot\tilde{\theta}_r+\frac{GJ}{\lambda}\left[-\left(\frac{m\pi}{\ell}\right)\left\{\theta_r(\ell)\cdot(-1)^m-\theta_r(0)\right\}-\left(\frac{m\pi}{\ell}\right)^2\tilde{\theta}_r\right]=0 \qquad (22)$$

いま，$x=0$，ℓ端で単純支持とすると $\theta_r(\ell)=\theta_r(0)=0$ $\qquad \tilde{\theta}_r=\int_0^\ell\theta_r\cdot\sin\frac{m\pi}{\ell}x$

故に， $P=\left(\frac{m\pi}{\ell}\right)^2\cdot\frac{GJ}{\lambda}$ なる座屈荷重が求められる。

これは，矢板枚数が偶数時にのみ側方不安定現象が生じることを示し，又，セル型構造を成す矢板数を多くする程に，Pは減少の傾向を表わすものである。即ち矢板幅，λの小さいもの程，座屈荷重が小なることと相通ずる。

※参考文献 1. 能町・松岡・沢田：矢板の側方座屈について（土木学会第27回年次学術講演会講演概要集）

1. 能町・松岡・沢田：矢板の側方不安定構造解析について（土木学会北海道支部研究発表会論文集第29号 昭和47年度）