

1. 序 言

鉄筋コンクリートスラブの降伏線理論は約30年前に Johansen によって確立された塑性解析法の一つで、理論上は曲げ崩壊荷重に対する上界解を与えるが、実際のスラブには降伏線解析において考慮されない附加抵抗が存在するので、機構の型式を適当に仮定する限り一般に安全側の値を与えることが知られている。本文は、基礎構造物等においてしばしば見られる厚さの変化する直交配筋の鉄筋コンクリートスラブに対して降伏線理論を適用したものである。

2. 仕事法による解法

変厚スラブにおいてはたとえ鉄筋が一定間隔に配置されていても降伏モーメントの値は位置によって変化する。いま鉄筋方向を x および y 軸にとり、任意に選ばれた降伏モーメントの標準値を m_0 とおくと、位置 (x, y) における x および y 方向の降伏モーメントの値をそれぞれ $m_0 \cdot g_x(x, y)$ および $m_0 \cdot g_y(x, y)$ と表わされるものとすれば、降伏線 j ; $y = l_j x + l_j$, の単位長さ当りの法線方向モーメントの大きさは次のように表わされる;

$$m_{nj}(x) = m_0 g_{nj}(x, \lambda_i), \quad g_{nj}(x, \lambda_i) = g_x(x, l_j x + l_j) \cos^2 \phi_j + g_y(x, l_j x + l_j) \sin^2 \phi_j \quad (1)$$

ここに λ_i ($i = 1, 2, \dots$) は降伏線の位置を表わす未知量, および ϕ_j は降伏線と y 軸とのなす角 ($l_j = \tan \phi_j$) を表わす。

いま、スラブ内の任意点の塑性たわみ速度を $\dot{\delta}_0$ とおけば、他の任意位置のためみ速度および降伏線 j 上の位置 x における塑性回転速度は一般にそれぞれ $\dot{\delta}_0 \cdot r(x, y, \lambda_i)$ および $\dot{\delta}_0 \cdot g_j(x, \lambda_i)$ のように定めることができる。このとき内部エネルギー散逸率は次のようになる;

$$D_i = m_0 \dot{\delta}_0 G(\lambda_i) \quad \text{ここに} \quad G(\lambda_i) = \int \int g_{nj}(x, \lambda_i) g(x, \lambda_i) dx \quad (2)$$

また、スラブに作用する荷重の分布を $w_0 \cdot \phi(x, y)$ とおけば、外部仕事率は次式によって求めることができる;

$$D_e = w_0 \dot{\delta}_0 F(\lambda_i) \quad \text{ここに} \quad F(\lambda_i) = \iint \phi(x, y) r(x, y, \lambda_i) dx dy \quad (3)$$

従って荷重と降伏モーメントとの関係は、 $D_i = D_e$ より次のようになる;

$$m_0 / w_0 = F(\lambda_i) / G(\lambda_i) \quad (4)$$

また、 λ_i の値は極値条件;

$$\partial(F/G) / \partial \lambda_i = 0 \quad \text{または} \quad F/G = (\partial F / \partial \lambda_i) / (\partial G / \partial \lambda_i) \quad (5)$$

により定められる。なお、降伏モーメントの値が不連続に変化するときの降伏線の場合のように上式の解が実際上の意味をもたないときには物理的に定まる入値を用いる。

3. 釣合い法による解法

釣合い法は降伏線によって分割されたスラブ要素に働く力の釣合い条件より解を求めるもので、降伏線に沿って作用するせん断力およびねじりモーメントの影響をこれに等値な節点力 (ノーダルフォース) に置換する方法が Johansen によって見出されて初めて可能になった。Johansen のノーダル

フォース理論は等厚スラブに対するものであるが、これを変厚スラブに拡張すれば次の通りである。

いま、降伏線 j を支配する鉄筋に対応する降伏モーメントの分布を次のように表わす；

$$m_x = F_j(x, y), \quad m_y = G_j(x, y) \quad ; \quad j = 1, 2, \dots \quad (6)$$

このとき、図-1に示すように3本の降伏線 $\bar{ab}$, $\bar{ac}$ および $\bar{ad}$ が一点 $a(0, 0)$ で交わるとすれば、スラブ要素 A に関して a 点に作用するノードルフォース K_{Aa} の値は次式によって与えられる；

$$\begin{aligned} K_{Aa} = & \frac{r_1 r_3}{r_3 - r_1} [F_3(0, 0) - F_1(0, 0)] + \frac{1}{r_3 - r_1} [G_3(0, 0) - G_1(0, 0)] \\ & - \frac{r_2 r_3}{r_3 - r_2} [F_3(0, 0) - F_2(0, 0)] - \frac{1}{r_3 - r_2} [G_3(0, 0) - G_2(0, 0)] \\ & - \frac{1}{y_1} \int_0^{y_1} \frac{\partial F_1(y/r_1, y)}{\partial x} (y_1 - y) dy + \frac{1}{y_2} \int_0^{y_2} \frac{\partial F_2(y/r_2, y)}{\partial x} (y_2 - y) dy \\ & + \frac{1}{x_1} \int_0^{x_1} \frac{\partial G_1(x, r_1 x)}{\partial y} (x_1 - x) dx - \frac{1}{x_2} \int_0^{x_2} \frac{\partial G_2(x, r_2 x)}{\partial y} (x_2 - x) dx \end{aligned} \quad (6)$$

上式の右辺の第5項目以降が変厚スラブの場合に附加される項である。3本の降伏線が同じ鉄筋によって支配される場合には上の第1～4項が消えるので等厚スラブにおいては K_{Aa} は0になるが、変厚スラブでは一般に0にはならないことがわかる。

実際に用いられる変厚RCスラブにおいては、厚さが直線的に変化する場合が多い。このときには降伏モーメントの値も近似的に直線変化とみなすことができる。すなわち各降伏線に対して

$$m_x = a_j + b_j x + c_j y, \quad m_y = \bar{a}_j + \bar{b}_j x + \bar{c}_j y \quad ; \quad j = 1, 2, \dots \quad (7)$$

とおくとき(6)式は次のようになる；

$$\begin{aligned} K_{Aa} = & \frac{r_1 r_3}{r_3 - r_1} (a_3 - a_1) + \frac{1}{r_3 - r_1} (\bar{a}_3 - \bar{a}_1) - \frac{r_2 r_3}{r_3 - r_2} (a_3 - a_2) - \frac{1}{r_3 - r_2} (\bar{a}_3 - \bar{a}_2) \\ & - (b_1 y_1 - b_2 y_2 - c_1 x_1 + c_2 x_2) / 2 \end{aligned} \quad (8)$$

さらに3本の降伏線が同じ鉄筋に支配される場合には

$$K_{Aa} = -b(y_1 - y_2) / 2 + \bar{c}(x_1 - x_2) / 2 \quad (9)$$

さらに図-2に示すように降伏線 $\bar{ab}$ がスラブの自由縁と交わる場合には、自由縁上降伏モーメントが0である降伏線とみなすことにより

$$K_{Aa} = \frac{r_1 r_3 a + \bar{a}}{r_3 - r_1} + \frac{b y_1 - \bar{c} x_1}{2} \quad (10)$$

さらに降伏線が自由縁と直角に交わるときには

$$K_{Aa} = b y_0 / 2 \quad (11)$$

4. 計算例

変厚RCスラブの典型的な例として水圧または土圧を受ける構造物にしばしば見られる辺固定(連続)、1辺自由の厚さが直線的に変化するスラブが等分布荷重を受ける場合にこの数値計

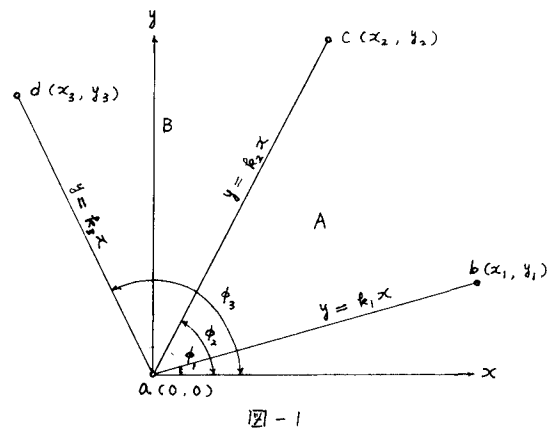


図-1

算の結果を示す。仮定した構構のパターンは図-3の(a)および(b)の2種であり、崩壊荷重の低い値を与える方を解を選んだ。正の降伏モーメントを

$$\left. \begin{aligned} m_x &= m_0 (1 + \gamma y / \alpha l) \\ m_y &= \xi m_0 (1 + \gamma y / \alpha l) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

負の降伏モーメントを

$$\left. \begin{aligned} m_x &= -\eta m_0 (1 + \gamma y / \alpha l) \\ m_y &= -\mu m_0 (1 + \gamma y / \alpha l) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

とおけば、パターン(a)に対する解は

$$\frac{m_0}{pl^2} = \frac{\alpha^2}{3(2+\gamma)(1+\eta-\xi\lambda/\alpha^2)} \quad (14)$$

ここに

$$\lambda = \sqrt{4+3A}-4, \quad A = \{3\xi(2+\gamma)+2\mu(1+\gamma)\} / \alpha^2(1+\eta)(2+\gamma) \quad (15)$$

パターン(b)に対しては

$$\frac{m_0}{pl^2} = \frac{\alpha^2 \lambda^2}{6(\xi+\mu)(1+\gamma)} \quad (16)$$

ここに

$$\lambda = \sqrt{1+3A}-1, \quad A = \{4\alpha^2(\alpha+\gamma)(1+\eta)-\xi\gamma\} / \alpha(\xi+\mu)(1+\gamma) \quad (17)$$

数値計算は次の変数値の組合めに対して行った;

形状比 $\alpha = 1.0, 0.5, 0.25, 0.125, 0.0625$

変厚比 $\gamma = 0, 1, 2, 3, 4$

鉄筋比 $\xi = 0.5, 1, 2, 3, 4$

“ $\eta = 0.5, 1, 2, 3, 4$

“ $\mu = 0.5, 1, 2, 3, 4$

計算結果の典型的な例を図-4~8に示す。なお、これらの図において縦軸には、与えられた崩壊荷重に対する必要鉄筋量の合計に関する指標として、次の量を用いてある;

$$M = m_0 \frac{1+\eta+\xi+\mu}{4} (1 + \frac{\gamma}{2}) \quad (18)$$

図-4は ξ の影響を示したもので、 ξ の小さいほど一般にMは小さくなり、その傾向は γ の値が大きいために著しい。

図-5は γ の影響を示したもので、その傾向は

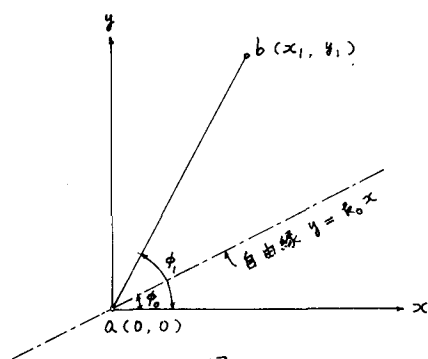


図-2

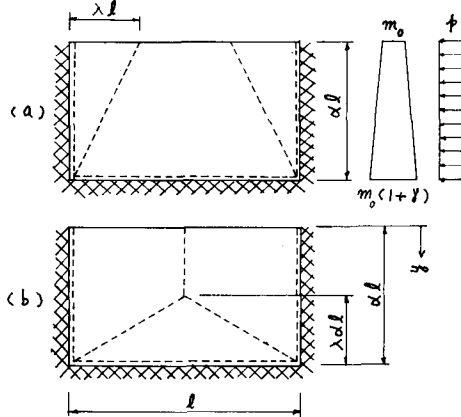


図-3

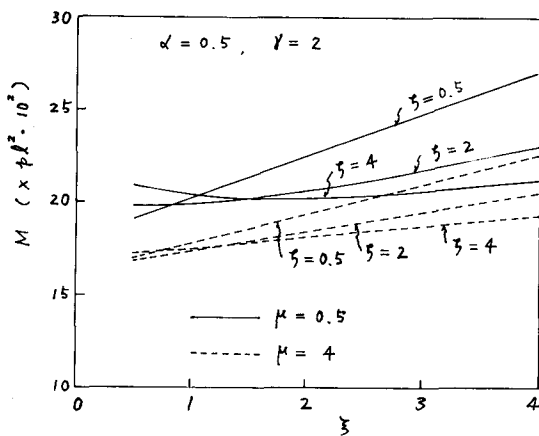


図-4

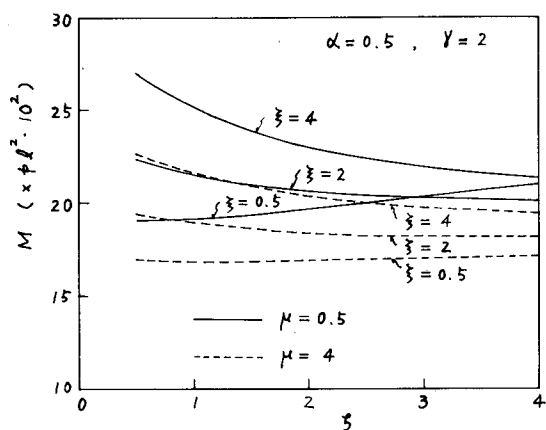


図-5

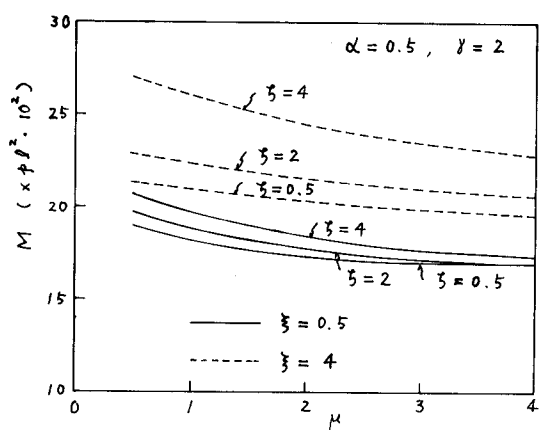


図-6

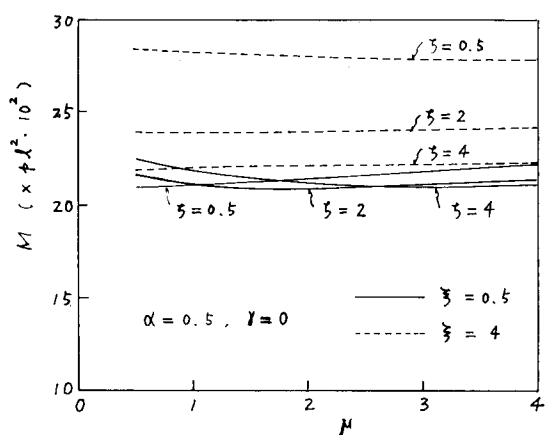


図-7

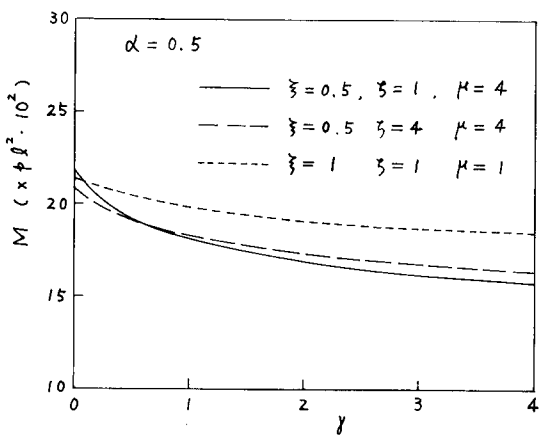


図-8

ξ の値によって異なり、 ξ が大きい場合には M は ξ の増加とともに減少するのに対し、 ξ の値が小さい場合には逆に ξ の値を小さくする方が M の値は小さくなる。

図-6 は μ の影響を示したもので、等厚スラブの場合 (図-7) には μ の影響がほとんど見られないのに対して、変厚スラブでは μ の値を大きくとる方が M の値を小さくすることができる。ことがわかる。

以上の結果より、同じ破壊荷重に対しては、 ξ の値を小さく、 μ の値を大きく選ぶことにより合計鉄筋量を小さくすることができる。図-8 はそのような場合の変厚比 γ の影響を示したものである。