

早稲田大学理工学部 正員 神山 一

1. 要旨 鉄筋コンクリートはりには形成されるプラスチックヒンジの回転限界角と抵抗モーメントとの関係を求める最終目的である。しかし、鉄筋コンクリートはりのプラスチックヒンジはある長さをもつが、その理論的決定方法は未解決である。この報告はプラスチックヒンジの形成長さを計算する一つの方法を提案したものである。

2. 抵抗モーメントと曲率 引張鉄筋の降伏から圧縮側コンクリートの破壊にいたるまで、巨視的にみて「平面保持の法則」が成立すると仮定すれば、単鉄筋長方形断面はりの抵抗モーメントと曲率とは下記の通りである。

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{曲げ引張りひわれ発生: } M_{sy}/M_{cr} \doteq 1 + P\beta_y \cdot A = 1 + 14.8P\beta_y \quad (\text{実験式}) \quad \text{a)} \\
 \left. \begin{array}{l}
 \text{引張鉄筋の降伏: } E_s = E_{sy}, E_c = k_{sy}E_{sy}/(1 - k_{sy}) \leq E_{cu}, k_{sy} = P\beta_y/C_f, \\
 M_{sy}/bd^2f_{co} = C_m k_{sy}^2 + P\beta_y(1 - k_{sy}) \\
 \phi_{sy} \cdot d = E_{sy}/(1 - k_{sy})
 \end{array} \right\} \text{b)} \\
 \text{圧縮側コンクリートの破壊: } E_c = E_{cu} \\
 \left. \begin{array}{l}
 E_{sy} \leq E_s \leq E_{sh}, E_s = (1 - k_{cu}) \cdot E_{cu}/k_{cu}, k_{cu} = P\beta_y/C_{fu}, f_s = f_{sy}, \\
 M_{cu}/bd^2f_{co} = C_m k_{cu}^2 + P\beta_y(1 - k_{cu}) \\
 \phi_{cu} \cdot d = E_{cu}/k_{cu}
 \end{array} \right\} \text{c)} \\
 \left. \begin{array}{l}
 E_s \geq E_{sh}, E_s = (1 - k_{cu}) \cdot E_{cu}/k_{cu}, k_{cu} = P\beta_y(1 + \log_e E_s/E_{sh})/C_{fu}, \\
 M_{cu}/bd^2f_{co} = C_m k_{cu}^2 + P\beta_y(1 + \log_e E_s/E_{sh})(1 - k_{cu}) \\
 \phi_{cu} \cdot d = E_{cu}/k_{cu}
 \end{array} \right\} \text{d)} \\
 \text{最適鉄筋比と部材設計: } M_{cu} = \alpha_1 LL + \alpha_d DL \\
 d = K_c \sqrt{M_{cu}/b}, K_c = 2.26/\sqrt{f_{co}}, A_s = 0.29bd/B_y \quad \text{e)}
 \end{array} \right\} 1)$$

ここで $P = A_s/bd$, $\beta_y = f_{sy}/f_{co}$, $\eta = f_c/f_{co}$, $\xi = E_c/E_{co}$, f_{sy} = 鉄筋の降伏点応力度, f_{co} = はりの圧縮部コンクリートの最大応力度, k_{sy} = 引張鉄筋降伏時の中立軸係数, k_{cu} = はりの圧縮側コンクリートが破壊する時の中立軸係数, E_{sy} = 鉄筋の降伏点ひずみ, E_{sh} = 鉄筋がひずみ硬化をおこすときのひずみ, E_{cu} = はりの圧縮部コンクリートの破壊ひずみ, $C_m = \int_0^{\xi} \eta d\xi$ = 圧縮コンクリートの中立軸に関するモーメントの係数, $C_f = \int_0^{\xi} \eta \cdot d\xi$ = 圧縮部コンクリートの圧縮力に関する係数, M_{cr} = ひわれモーメント, M_{sy} = 引張鉄筋が降伏するときのモーメント, M_{cu} = 圧縮側コンクリートが破壊するときのモーメント, $C_{fu} = 0.7810$, $C_{mu} = 0.0867$, $A = 0.32$ = 鉄筋の性質による定数,

SR24, SD24 を用いた場合の数値計算例を図-1 に示した。図-1 には中立軸係数、曲げモーメント係数、破壊モーメントと降伏モーメントとの比および曲率と力学的鉄筋比との関係を示してある。この図の $E_s \geq E_{sh}$ の領域では圧縮側コンクリートが破壊するとき引張鉄筋のひずみが硬化領域にある。このように材料の品質、断面寸法が既知であれば、式(1)を用いて各状態の抵抗モーメント、曲率などを予め計算しておくことができる。

3. プラスチックヒンジの長さ プラスチックヒンジの長さについては多数の提案があるが、理論的なものは少なく、その多くは経験的なものである。数例を要約して表-1に示した。これを一般に適用するには多くの疑問がある。

プラスチックヒンジの長さを推定する計算式を誘導するために、曲げモーメントと曲率との関係の中の次の三点に注目した。

a) 外力によるモーメントが一定の領域でもびびわれの発生によって各断面の曲率は著しく変化する。この曲率測定値から各断面の抵抗モーメントを逆算すると一定値ではない¹⁾。広範囲にわたってヒンジを形成していることが推定できる。

b) ある断面の降伏モーメント M_{sy} と破壊モーメント M_{cu} との間の強度上の余裕は僅少であっても、両者間の曲率の差 $\phi = \phi_{cu} - \phi_{sy}$ は一般に大きい。このためにプラスチックヒンジはある長さもつことになる。つり合い鉄筋比以下であればプラスチックヒンジはある長さをもっている。

c) 特殊な場合として鉄筋比が非常に小さい時は曲げ引張りびわれ発生モーメント M_{cr} でプラスチックヒンジが形成されると考えた方が合理的である。このときの曲率の余裕は $\phi = \phi_{cu} - \phi_{cr}$ である。

以上の理由からプラスチックヒンジはある長さ l_z をもち、この区間の平均曲率に l_z を乗じた角度(曲率分布図の面積)が回転限界角度である。ここでは極限状態にある断面の抵抗モーメントが外力によるモーメントと必ずしも一致しない点に注目し、「ある区間の抵抗モーメント分布図の面積が外力モーメント分布図の面積に等しい」という仮定をたててプラスチックヒンジの長さを求める。図-2のように抵抗モーメントの分布を単純化すればプラスチックヒンジの長さは式(2)で表わせる。

$$\frac{l_z}{l} = 1 - \frac{(1 + \frac{M_{cu}}{M_{sy}})^2 - \frac{4}{1 + mp\beta_y}}{(1 + \frac{M_{cu}}{M_{sy}})(\frac{M_{cu}}{M_{sy}} - \frac{1}{1 - mp\beta_y})} \cdot \frac{Q_0}{l} \quad (2)$$

SR24, SD24 の場合は近似的に次式になる。

$$\frac{l_z}{l} \approx 1 - \{1.51 + (1.60 - 4p\beta_y)\} \cdot \frac{Q_0}{l} \quad 0.1 \geq p\beta_y \geq 0.3 \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{ll} p\beta_y = 0.1 & l_z/l = 1 - 1.63 \frac{Q_0}{l} \\ " & 0.2 & " & 1 - 1.67 \frac{Q_0}{l} \\ " & 0.3 & " & 1 - 1.63 \frac{Q_0}{l} \end{array} \right\} \quad (4)$$

プラスチックヒンジの回転限界角は $M_{sy} \leq M \leq M_{cu}$ の領域 $l_z/2$ 区間の曲率の積分値である。図-3のハッチした部分の積分値は

$$\theta = \int_0^{l_z/2} \phi \cdot dx = \int_0^{l_z/2} \frac{2x}{l_z} (\phi_{cu} - \phi_{sy}) \cdot dx = \frac{1}{4} (\phi_{cu} - \phi_{sy}) l_z \quad (5)$$

モーメントと曲率の測定値と計算値との比較、これにもとづいて計算したプラスチックヒンジの長さや回転限界角を表-2に示した。この例は一点集中荷重をスパン中央にうける単純支持ばりで、プラスチックヒンジの長さは $l_z = (0.75 \sim 1.31)d$ の範囲にある。すなわち、プラスチックヒンジの長さは力学的鉄筋比、載荷条件によって変化することを示唆しており、断面の形状・寸法などのみから決めることは無理のようである。

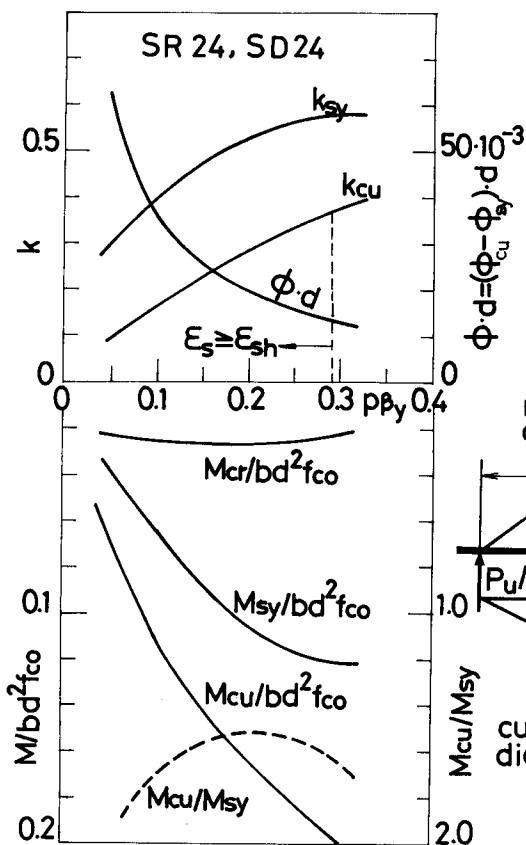


Fig.1 An example for coefficient of neutral axis and resisting moment

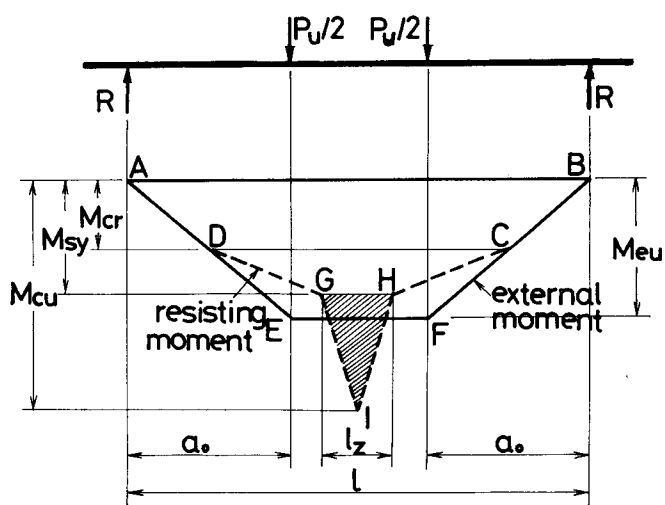


Fig.2 Distribution of external and resisting moment

4. 結論 極部的にはある断面の外力モーメントと抵抗モーメントとは必ずしも一致しないが、巨視的にみても外力によるモーメント分布図の面積と抵抗モーメント分布図の面積が等しいとする仮定にもとづいてプラスチックヒンジの長さを求める方法を提案した。しかし、これは一つの試みであって、他にさうに合理的方法があるかも知れ

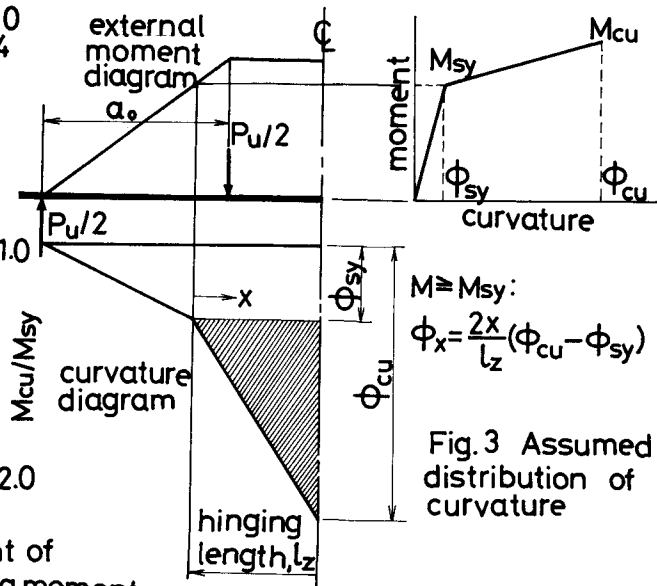


Fig.3 Assumed distribution of curvature

ない。もし、この仮定を認めるならば次の結論が得られる。

- 1) プラスチックヒンジの長さは式(2)で大略の値を推定できる。これには抵抗モーメントおよび載荷条件が影響する。
- 2) プラスチックヒンジの回転限界角は、ヒンジ形成領域の曲率が直線変化すると単純化すれば、その積分値、式(5)で計算できる。
- 3) 各状態の抵抗モーメント、例えば降伏モーメント、破壊モーメントあるいは両者の平均値および回転限界角度を数表化あるいは図示してお

けば、鉄筋コンクリート不静定構造物の
極限状態設計の時に役立つ資料となる。

参考文献

- 1) M.J.N.Priestley, R.Park, S.P.S.Lu, Magazine of Concrete Research, Vol.23, No.75-76, June - Sept., 1971
- 2) A.L.L.Baker, Reinforced Concrete Review, London, No.6, 1954, Concrete Publication, London, 1956, etc.,
- 3) Alan H.Mattock, Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, Proceedings of the International Symposium, Miami, FLA. Nov. 10 - 12, 1964
- 4) M.Yamada, Beton und Stahlbetonbau, Berlin, Vol.53, April, 1958
- 5) W.W.L.Chan, Magazine of Concrete Research, London, Vol.7, No.21, Nov., 1955, Vol.14, No.41, July, 1962
- 6) M.Z.Cohn, Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, Proceedings of the International Symposium, Miami, FLA. Nov.10 - 12, 1964
- 7) Proceedings, Institution of Civil Engrs., London, February, 1962
- 4) 坂静雄、山田稔、日本建築学会論文報告集, 昭和33年2月,

Table 1. Length of plastic-hinge

Proposer	length
A.L.L.Baker ²⁾ Alan H.Mattock ³⁾	$l_z = d/2$
M. Yamada ⁴⁾	$l_z = 2(1-k)d$
Soviet Prov.	$l_z = l_c$
W.W.L.Chan ⁵⁾	$l_z = (0.25 \sim 0.35) l_u$
M.Z.Cohn ⁶⁾	$l_z = (1 - M_{sy}/M_{cu}) l_u$
ICE Committee ⁷⁾	$l_z = k_1 k_2 k_3 (l_u/d)^{1/4} \cdot d$ $k_2 = 1 + p/2p_u$ k_1 : mild steel = 0.7 Cold worked steel = 0.9 k_3 : $C_u = 6000$ psi: 0.6 " 2000 " : 0.9 in general $l_z = (0.4 \sim 2.4) \cdot d$

Table 2. Comparison of measured and calculated values

Beam No.	measured values			calculated		
	M_{sy} , t-m	$\phi_{sy} \cdot d \cdot 10^{-6}$	M_{cu} , t-m	$\phi_{cu} \cdot d \cdot 10^{-6}$	M_{sy} , t-m	M_{cu} , t-m
D-1-1 2	0.791 0.600	0.696	3 180	1.064 0.934	0.491 (0.716)	0.796
D-2-1 2	1.075 1.000	1.038	2 625	1.334 1.351	0.647 (1.040)	1.071
D-3-1 2	1.435 1.300	1.368	3 225	1.639 1.581	0.861 (1.433)	1.534
D-4-1 2	1.290 1.580	1.435	3 225	1.553 1.653	0.914 (1.560)	1.150

values		cal./meas.				$\phi_{cu} - \phi_{sy}$	l_z	θ
$\phi_{sy} d \cdot 10^{-6}$	$\phi_{cu} d \cdot 10^{-6}$	M_{sy}	M_{cu}	ϕ_{sy}	ϕ_{cu}	rad./cm	cm.	rad.
2 730	27 910	0.71 (1.03)	0.80	0.86	0.80	1 679 $\cdot 10^{-6}$	19.7	0.0165
2 630	23 438	0.62 (1.00)	0.80	1.00	0.67	1 387 "	15.7	0.0109
3 240	24 580	0.63 (1.05)	0.95	1.00	0.96	1 423 "	12.5	0.0089
3 240	20 000	0.57 (0.97)	0.72	1.00	0.75	1 118 "	11.2	0.0063

Note: $b=100$, $d=150$, $h=200$, $a_s=600$, $l=200$, $f_c=343 \sim 372$ kg/cm², $f_{sy}=35 \sim 37.6$ kg/mm², Value in parenthesis—S.D.Lash's formula $M_{sy} = A_s \cdot f_{sy} \cdot d$