IV-66　広域都市圏における分布交通量推計に関する考察

京都大学工学部　正員　佐佐木 綱
同　正員　○井上 博司

1. まえがき

首都圏　京阪神圏などのような広域都市圏における分布交通量推計法を提案するものである。従来の分布交通量推計法を広域都市圏に対して適用した場合，必ずしも適合性はよくない。その理由は，各都市間を流動する交通の特性の相異があまり考慮されていないためであると思われる。ここでは都市間流動特性の相異に着目して，エントロピー法[1]を修正した分布モデルについて述べる。

2. 分布交通量推計モデル

いま，対象としている広域都市圏をいくつかの都市域に分割し，さらに各都市域をいくつかのゾーンに分ける。記号を次のように定義する。

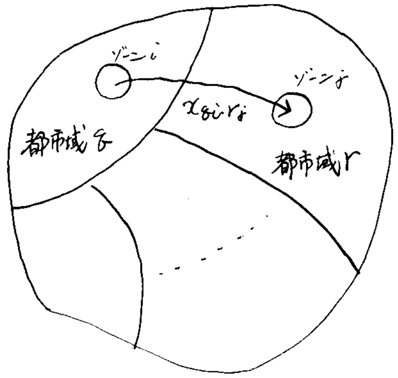

図.1　広域都市圏の分割

$x_{gi\cdot rj}$ ：都市域gのiゾーンから，都市域rのjゾーンへ向う起終点交通量

$t_{gi\cdot rj}$ ：都市域gのiゾーンから，都市域rのjゾーンへ行くときの所要時間

U_{gi} ：都市域gのiゾーンの発生交通量

V_{rj} ：都市域rのjゾーンの吸引交通量

発生交通量 U_{gi}，吸引交通量 V_{rj} はそれぞれ次の条件式を満足しなければならない。

$$\sum_r\sum_j x_{gi\cdot rj} = U_{gi} \qquad (1)$$

$$\sum_g\sum_i x_{gi\cdot rj} = V_{rj} \qquad (2)$$

いま，都市域gから都市域rに向うトリップの生起する確率がその間の所要時間に対して指数的に減少するものと仮定すると，都市域gのiゾーンから都市域rのjゾーンへ向うトリップの生起する確率 $p_{gi\cdot rj}$ は，

$$p_{gi\cdot rj} = \alpha_{gr}\, e^{-\gamma_{gr} t_{gi\cdot rj}} \qquad (3)$$

と表わされる。ここに α_{gr}，γ_{gr} はg，rについて固有の定数である。このとき，gi−rj間の起終点交通量が $x_{gi\cdot rj}$ となる同時的な確率は次の式によって表わされる。

$$P = \frac{T!}{\prod_{gi,rj} x_{gi\cdot rj}!}\left(p_{gi\cdot rj}\right)^{x_{gi\cdot rj}} \qquad (T：総交通量) \qquad (4)$$

実際に最も起こりやすいのは式(4)を最大にする状態であるから，制約条件(1)，(2)のもとで目的関数(4)を最大にする $x_{gi\cdot rj}$ をラグランジェの未定乗数法によって求めると

$$x_{gi\cdot rj} = a_{gi}\cdot b_{rj}\, e^{-\gamma_{gr} t_{gi\cdot rj}} \qquad (5)$$

$$a_{gi} = \frac{U_{gi}}{\sum_{rj} b_{rj} e^{-\gamma_{gr} t_{gi\cdot rj}}} \qquad (6) \qquad\qquad b_{rj} = \frac{V_{rj}}{\sum_{gi} a_{gi} e^{-\gamma_{gr} t_{gi\cdot rj}}} \qquad (7)$$

となる。計算手順としては，適当な初期値を定めて，式(6)，(7)，(8) を繰り返し計算によって解けばよい。

3．ウイルソンのエントロピー法との関連

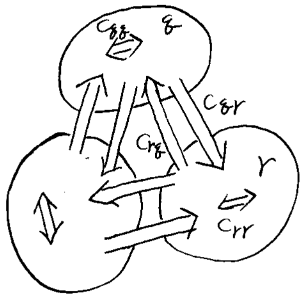

図.2　総トリップコストの説明

上ではトリップの生起する先験確率式が，各都市域間で異なるということを仮定して分布交通量を誘導した。同様の結果は，先験確率式を用いないかわりに，総トリップコストを一定とおくウイルソン[2]の方法によっても誘導することができる。すなわち，

$$\sum_i \sum_j x_{gi \cdot rj} = C_{gr} \qquad (8)$$

を式(1)，(2)に加えて制約条件とし　目標関数

$$P = \frac{T!}{\prod_{g,i,r,j} x_{gi \cdot rj}!} \qquad (9)$$

を最大にするわけである。ここに C_{gr} は定数である。しかしこの方法では総トリップコストを一定とすることの実際的な意味が必ずしも明確ではない。

4．先験確率式の定数決定について

2．における定数 γ_{gr} は現在OD表をもとにして，計算交通量と実積交通量との残差平方和を最小にするように決定することができる。すなわち，$gi-rj$ 間の現在実積交通量を $s_{gi \cdot rj}$ として，制約条件

$$\sum_r \sum_j a_{gi} b_{rj} e^{-\gamma_{gr} t_{gi \cdot rj}} = U_{gi} \qquad (10)$$

$$\sum_g \sum_i a_{gi} b_{rj} e^{-\gamma_{gr} t_{gi \cdot rj}} = V_{rj} \qquad (11)$$

のもとで，目標関数

$$F = \sum_g \sum_i \sum_r \sum_j \left(a_{gi} b_{rj} e^{-\gamma_{gr} t_{gi \cdot rj}} - s_{gi \cdot rj} \right)^2 \qquad (12)$$

を最小にするような γ_{gr} を求めるわけである。

他の方法として，直接に残差平方和をとるのではなく，基準化した値の残差平方和をとるということも考えられる。いま周辺分布としての $x_{gi \cdot rj}$ が，平均値 $\mu_{gi \cdot rj} = a_{gi} b_{rj} e^{-\gamma_{gr} t_{gi \cdot rj}}$ の多項分布にしたがうということを仮定すると，多項分布の極限についての性質より，$(s_{gi \cdot rj} - \mu_{gi \cdot rj}) / \sqrt{\mu_{gi \cdot rj}(1 - \mu_{gi \cdot rj}/T)}$ は近似的に正規分布 $N(0,1)$ にしたがう。そこで制約条件(10)，(11)のもとで，次の目標関数を最小にするような γ_{gr} の対を求める。

$$F = \sum_g \sum_i \sum_r \sum_j \left\{ \frac{s_{gi \cdot rj} - a_{gi} b_{rj} e^{-\gamma_{gr} t_{gi \cdot rj}}}{\sqrt{a_{gi} b_{rj} e^{-\gamma_{gr} t_{gi \cdot rj}} (1 - a_{gi} b_{rj} e^{-\gamma_{gr} t_{gi \cdot rj}}/T)}} \right\}^2 \qquad (13)$$

5．あとがき

以上の計算例については講演時に発表する。

〈参考文献〉1) 佐佐木綱：トリップのOD分布を求める確率論的方法，交通工学，Vol.2 NO.6，1967

2) Wilson, A.G.：A Statistical Theory of Spatial distribution models. Transpn Res, 1, 1967