IV-30　都市内街路除雪順序に関する一考察

北大工学部 正員 ○桝谷有三
〃 〃 加来照俊

1.まえがき

近年、自動車交通の発達によって冬期積雪のみられる都市においても、自動車による輸送需要が増加し、また、経済活動も年中持続的に行なわれてきている。したがって、一時的にせよ、積雪によって、走行速度が減少する、さらには、走行が不可能になることは都市活動が停止し、市民生活が混乱に落ちいる。そのため、道路除雪の重要性が増大し、また、積雪都市の大きな問題の一つである。密度の高い都市内街すべてに望ましい除雪を行なうことは財政経済面より大きな制約を受け不可能に近い。従って、除雪路線を財政力に見合わせて最も効率的な体系に絞ると同時に路線の重要度に応じて作業内容にランクずけすることである。そこで、本稿において除雪路線のランクずけに対する理論的分析の必要性を考え、一つの道路網において最低必要な除雪路線について道路網形態などで述べられているグラフ理論により考察を行なった。

2.グラフ理論によるツリー探索

各ノードとそれらノード間のOD交通とがわかっているとする。いま、積雪により一つの道路網全体が走行不可能になったと仮定した時、これらOD交通が通行可能になる最低の道路網はツリーである。n個のノード、m個のリンクを持つ道路網(グラフ)($m>n$)に対するツリー探索は次の様に求める。ノードとリンクの接続関係を示す接続行列(Incidence Matrix) Dは各列に2個の1を含んでいるので、そのうちどちらかを-1でおきかえた新しい行列をEとする。n個のノードをつなぐツリーは$(n-1)$本のリンクによって構成されるので、m個の列よりなる行列Eより任意に$(n-1)$個取った部分行列を考え、さらに、この部分行列より任意の1行を除いてできる$(n-1)$次の正方行列をFとする。いま、任意に選んだ$(n-1)$個のリンクがツリーを構成するかしないかは、この行列Fの行列式$\det F$によって決まる。すなわち、$|\det F|=1$ —(1) のときツリーを構成し、$\det F=0$ —(2) のときツリーを構成しない。この様に、n個のノード、m個のリンクをもつ道路網においては $\binom{m}{n-1} = m!/(n-1)!\cdot(m-n+1)!$ —(3) の組合せの個数についてツリーの探索を行なうのである。しかしながら、実際にツリーを構成する個数は次の様に求まる。いま、行列Eとその転置行列E^tとの積を$M=E\cdot E^t$ —(4) とすると、この行列Mの(i,j)要素は$i=j$のときノードiに出入するリンクの数$\deg n_i$で、$i\neq j$のときはノードiとノードjが接続していれば-1、そうでなければ0である。そうすると、行列Mの余因子はすべて等しく、その値がツリーを構成する個数を与える。

3.最適なツリーへの接近

既存の道路網においてリンク交通容量は求められており、したがって、2.で求められるツリーのうちいずれのツリーが求める最適なものであるかについては次の3つの場合について考える。1)いずれのツリーにおいてもリンク交通量がリンク交通容量を越えるリンクがない。2)あるツリーにおいてはリンク交通量がリンク交通容量を越えるリンクがあるが、他のツリーにおいてはいずれのリンクにお

いても容量を越えない．3)いずれのツリーにおいてもリンク交通量が容量を越えるリンクがある．以上の各項に対してはできるだけ多くのOD交通を発生させるという点から次の様に考える．1)の場合はすべてのOD交通が発生可能なので(5)式で示される総走行台キロT（台·km/時）を評価値として，この値が最小になるものを求める．$T=\sum_i\sum_j x_{ij}d_{ij}$ —(5)　ここにおいて，x_{ij}，d_{ij} はそれぞれノード i からノード j へのOD交通量(台/時)，走行距離(km)である．2)の場合はリンク交通量が容量を越えないツリーにおいて1)の場合と同様(5)式の値が最小になるものを求める．さらに，3)の場合については総発生交通量を最大にするL.P.の問題に定式化する．いま，T_i；i 番目のOD交通量（ODペアの数良），X_i；i 番目のOD交通の発生交通量，C_l；l 番目のリンク交通容量（リンク総数 m）とする．さらに，ツリーの上においては各ODに対してパスはただひとつ定まるから，1つのツリーに対して1つのパス行列 $\mathbf{P}$ が定まる．　ここにおいて，$P_{ij}=1$；i パス（i 番目のOD交通）の上に j リンクが含まれている，$P_{ij}=0$；i パスの上に j リンクが含まれていないとする．

$$\mathbf{P}=\{P_{ij}\}=\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2m} \\ \vdots & & & \vdots \\ P_{q1} & P_{q2} & \cdots & P_{qm} \end{bmatrix} \quad -(6)$$

OD交通量の行ベクトル $\mathbf{X}$ を $\mathbf{X}=(X_1, X_2 \cdots X_q)$ —(7)，各リンクの交通量ベクトル $\mathbf{A}$ を $\mathbf{A}=(A_1, A_2, \cdots A_m)$ —(8) と表わすと，(6).(7).(8)式より $\mathbf{A}=\mathbf{X}\mathbf{P}$ —(9) となりリンク交通量が求まる．また，リンク交通容量ベクトル $\mathbf{C}$ を $\mathbf{C}=(C_1, C_2, \cdots C_m)$ —(10) とすると各リンクの交通量が容量を上回らないという条件は $\mathbf{A}\leqq\mathbf{C}$ —(11) と表わされる．さらに，当然の関係として $\mathbf{X}\leqq\mathbf{T}$ —(12)，$\mathbf{X}\geqq 0$ —(13) が成立する．したがって，式(11)，(12)，(13)．の条件のもとで目的関数（総発生交通量）$F=\sum_i X_i$ —(17) を最大にするL.P.の問題となり，この F の値が最大になるツリーを求める．

4.計算例

図-1に示すような簡単な道路網について考える．この道路網上のOD交通量，リンク距離がそれぞれ表-1，表-2に与えられている．また，各リンクの交通容量は1車線当り1000台/時とし，さらに各リンクの除雪拡幅可能な車線は片側1車線とする．行列D，Mは下記の様に示され，ツリーを構成する個数8個となる．

$$\mathbf{D}=\begin{array}{c} \scriptstyle ノード＼リンク \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \quad -(18) \qquad \mathbf{M}=\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad -(19)$$

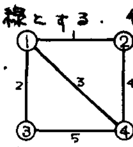

図-1
道路網

発＼着	1	2	3	4
1	0	400	200	300
2	400	0	400	200
3	200	400	0	100
4	300	200	100	0

表-1 OD交通量(台/時)

リンク	1	2	3	4	5
距離	12	15	18	10	13

表-2 リンク距離(km)

次に，最適な道路網はこの例においては2.2)に相当し，また，容量を越えないツリーはリンク1.2.3の組合せだけであり．このときの総走行台キロT＝66,600台·km/時となる．

5.あとがき

本稿は積雪により走行が不可能になった時どの道路より除雪を行なえばよいかに対する一つのアプローチであり，この求められた道路網を基本にして除雪能力，OD交通等を考慮してさらに除雪路線を増すことが可能と思われる．しかし，この様な探索についてはさらに考慮が必要である．また，多くの場合，除雪は降雪により減少した走行速度を回復させることであるので，この点についても今後研究を継続する．

参考文献　五十嵐日出夫；街路除雪の経済効果推定に関する試論　土木学会論文集 190号 1971
佐佐木綱；道路網形態に関する一考察　土木学会論文集 169号 1969
ハラリイ著，池田貞雄訳；グラフ理論 P214～P220 共立出版