

## 1. まえがき

現在までに提案されている多くの交通量配分手法の中に、目的関数をもった配分モデルがある。たとえば、総走行時間最小化を目的関数にとった輸送計画的配分<sup>1)</sup>、著者の提案による確率最大化配分法<sup>2)</sup>などがこれに相当する。これらの配分モデルは、その配分理論が厳密に定式化されるため、ある意味では数学的モデルとして取り扱いやすい面がある一方、問題によって求解が非常に困難となることがある。そこで本文では、目的関数が非線形な交通量配分問題を取り上げて、SUMT法を適用した解法について述べ、その適用性について検討を加えることにした。

## 2. SUMT法による交通量配分の定式化

SUMT (Sequential Unconstrained Minimization Technique) を適用する配分モデルとして、容量制限不等式をもつ確率最大化配分法を取り上げてみよう。この配分モデルは、与えられた道路および交通条件のもとで、確率的にもっとも起こりやすい交通量配分パターンを求めようとするモデル<sup>3)</sup>で、次のように定式化される。

$$\text{制約条件} \quad \sum_i \sum_k h_{ik}^k y_i^k \leq C_h \quad \dots (1) \quad \sum_k y_i^k = x_i \quad \dots (2)$$

$$\text{のもとで} \quad \gamma \sum_i \sum_k y_i^k t_i^k + \sum_i \sum_k y_i^k \log y_i^k = f(y) \quad \dots (3) \quad \text{を最小化せよ。}$$

ここに、変数  $y_i^k$  は  $i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) なる OD の経路  $k$  ( $k=1, 2, \dots, m$ ) に配分される交通量、 $i$  なる OD の OD 交通量を  $x_i$ 、道路区間 (リンク)  $h$  ( $h=1, 2, \dots, m$ ) の容量を  $C_h$ 、また経路  $k$  上の走行時間を  $t_i^k$  で表わしている。ただし  $h_{ik}^k$  は、 $i$  なる OD の経路  $k$  がリンク  $h$  を含むとき 1、含まないとき 0 の値をとる定数、また  $\gamma$  は経験的に与えられる定数である。

SUMT法とは、制約条件付きの最小化問題を、制約条件のない最小化問題に変換する方法で、上記の配分問題の場合、制約条件付きの  $f(y)$  の最小化を

$$F(y, Y_2) = f(y) + Y_2 \sum_k (C_h - \sum_i \sum_k h_{ik}^k y_i^k) + Y_2^{-1/2} \sum_i (\sum_k y_i^k - x_i)^2 \quad \dots (4)$$

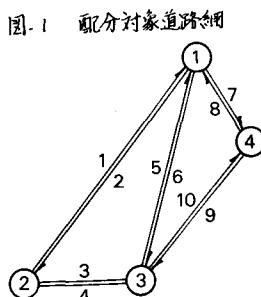
の解の  $Y_2 \rightarrow 0$  の極限値として求める方法である。具体的には、まず任意の  $Y_1 > 0$  を選び、初期値として制約条件を満足するある  $y_1$  を選び、 $y_1$  から出発して制約条件なしの  $F(y, Y_1)$  の最小化問題を考える。この最小値を  $y(Y_1)$  で表わす。つぎに  $Y_2$  ( $0 < Y_2 < Y_1$ ) を選び、 $y(Y_1)$  から出発して同様な最小化を繰り返す。これを  $Y_2$  ( $0 < Y_{2n} < Y_2$ ) について行ない、 $Y_2$  の値が 0 に近づくにしたがって、 $F(y, Y_2)$  の数値が  $f(y)$  の最小値に近づくことが期待できる。とくに式(4)の右辺各項がそれぞれ 2 回微分可能で凸関数であるなどの条件が満たされたときは、 $F(y, Y_2)$  の唯一の最小値が存在し、 $Y_2$  が 0 に接近すると、その値は元の問題の解に近づくことが証明されている<sup>4)</sup>。

このように容量制限不等式をもつ確率最大化配分法は、目的関数が非線形となるため、通常の方法では解けないが、SUMT法を援用すれば求解が可能となり、またSUMT変換された関数の凸性が容易に確かめられるので、解の存在およびその唯一性が数学的に証明でき、本配分問題の解法としての有利な条件を備えているといえよう。

なお、SUMT変換されたF関数の最小化の方法としては、傾斜法があり、最大傾斜法のような1階導関数傾斜法、Newton-Raphson法のような2階導関数傾斜法などいずれも有効であるが、なかでも其役方方法の1種であるFletcher-Powell法がもっとも強力な方法であり、次の計算例ではこのFletcher-Powell法を用いている。

### 3. 計算例と解法の検討

計算例として、図-1に示す道路網を考える。この道路網上のOD交通量を表-1に与える。各ODペアに対して、図-2に示すような2本ずつの経路を考え、各経路への配分交通量およびリンク交通量を求め、表-1 OD交通量



| OD    | 流れの方向 | 交通量      |
|-------|-------|----------|
| $X_1$ | ①→②   | 2600 台/時 |
| $X_2$ | ①→③   | 1700     |
| $X_3$ | ②→①   | 2300     |
| $X_4$ | ②→④   | 700      |
| $X_5$ | ③→①   | 1500     |
| $X_6$ | ④→②   | 1200     |

よう。ただし各経路上の走行時分は図-2のように与えられており、また各リンクの容量はすべて2000台/時とする。  
 $\gamma$ の値を0.3と仮定する。まず $y_i^k$ の初期値として、表-2に示すような制約条件を満足する値をとり、 $r_i = 10^{-4}$ から計算を始める。 $\gamma$ の値を1/10のキザミで逐次減少させながら収束計算を行なった結果は表-2のとおりで、 $\gamma$ の値が $10^{-2}$ でほぼ収束していることがわかる。このときのリンク交通量は図-3に示すとおりである。 $\gamma$ の減少ステップのキザミを、1/5, 1/2についても行なったが、総計算時間には大きな差はみられなかった。問題は $\gamma$ の初期値の与え方である。 $\gamma$ があまり大きすぎると計算回数が増え、また逆に小さすぎると制約条件を破ること

図-2. OD間の経路

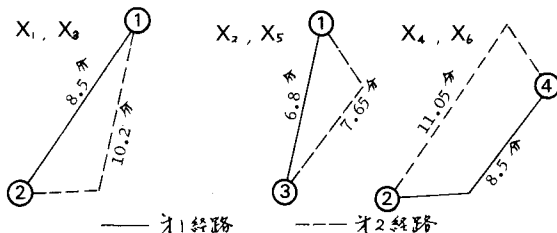


表-2.  $\gamma$ の減少ステップと解の収束

がある。よって目的関数の値の大きさによって、相対的に決める必要がある。

計算時間を節約するために、制約条件式は

| $r_i$     | 反復回数 | $X_1$   |         | $X_2$   |         | $X_3$   |         | $X_4$   |         | $X_5$   |         | $X_6$   |         |
|-----------|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
|           |      | $y_1^1$ | $y_1^2$ | $y_2^1$ | $y_2^2$ | $y_3^1$ | $y_3^2$ | $y_4^1$ | $y_4^2$ | $y_5^1$ | $y_5^2$ | $y_6^1$ | $y_6^2$ |
| 初期値       | -    | 1560    | 1040    | 850     | 850     | 1380    | 920     | 420     | 280     | 900     | 600     | 800     | 400     |
| $10^{-4}$ | 18   | 1291    | 774     | 686     | 535     | 1109    | 663     | 180     | 83      | 578     | 451     | 487     | 226     |
| $10^{-3}$ | 15   | 1515    | 913     | 872     | 673     | 1331    | 799     | 375     | 175     | 761     | 586     | 709     | 331     |
| $10^{-2}$ | 12   | 1590    | 956     | 930     | 720     | 1404    | 842     | 445     | 207     | 818     | 633     | 784     | 365     |
| 10        | 5    | 1610    | 973     | 948     | 736     | 1423    | 859     | 468     | 216     | 836     | 649     | 806     | 378     |
| 1         | 5    | 1619    | 976     | 955     | 740     | 1432    | 863     | 475     | 220     | 842     | 653     | 816     | 379     |
| $10^{-1}$ | 13   | 1590    | 1008    | 903     | 795     | 1435    | 863     | 477     | 222     | 844     | 654     | 863     | 335     |
| $10^{-2}$ | 16   | 1600    | 999     | 944     | 755     | 1437    | 863     | 477     | 222     | 845     | 655     | 837     | 363     |

最初から全部考えずに、計算の途中で制約条件が破られ易いものだけを適宜組入れるような計算プログラムにしておく方が合理的である。この計算例では、リンク2と6の容量制約式が結果として考慮されている。なお計算には、名大の大型計算機を利用した。

〔参考文献〕

- 1) 松平 寛：“確率最大化による交通量配分理論” 交通工学 Vol.6 No.5 (1971)
- 2) J.コワック, M.R.オスボン：“非線形最適化問題” 培風館 (1970)
- 3) 志水清孝：“システム制御と数理計画法” 日知社 (1971)

図-3. リンク交通量計算値

