

首都高速	正	玉置 脩
"	"	矢作 枢
"	"	三橋 晃司
大成建設	"	若々原 義彦
"	"	○ 鳥居 勇

1. まえがき

従来より地盤や土構造物が浸透流によって崩壊する事例が数多く報告されており、止水矢板背面や堤体の法尻等に発生するボイリング現象はその代表的なものである。しかしながらこの現象を的確に把握する手法は、現在のところ、矢板背面のボイリング現象を対象とした Terzaghi 理論等を除き、いまだ確立されていないと思われる。

この Terzaghi 理論も単純な条件のもとでは現象とよく一致するが、一般の複雑な条件のもとでは実際の現象と相異なる傾向がみとめられるようである。

こういった現状を鑑みれば、汎用性のあるボイリング現象の解析方法を模索し、確立することはきわめて有意義なことであろう。

今回、筆者らはボイリング現象を「浸透流が土粒子骨格に及ぼす物体力（浸透力）によって地盤や土構造物が崩壊する現象である」と解釈し、ボイリング現象の発達過程に従って、浸透力を物体力として考慮した弾性学的地盤内応力解析を有限要素法を適用して試みた。そして今回別に報告している「ボイリングに関する基礎実験とその考察（その1）、（その2）」の実験と比較して、上記の解析法の適用の妥当性について検討を加えた。

2. 解析方法

(1) 浸透力の算定 浸透力とは浸透流が単位体積当りの土粒子骨格に及ぼす力であって、ピエゾ水頭の勾配で定義されるため、 x 、 y 、 z 軸方向の浸透力 f_x, f_y, f_z はそれぞれ次式で表わされる。¹⁾

$$f_x = -r_w (\partial H / \partial x), \quad f_y = -r_w (\partial H / \partial y), \quad f_z = -r_w (\partial H / \partial z) \quad (1)$$

ここで r_w は水の単位体積重量であり、各式の右辺の負号はピエゾ水頭の減少する方向に浸透力が作用することを意味する。

浸透力の算定には浸透流に関して有限要素法²⁾を適用する。今、各軸方向の透水係数を k_x, k_y, k_z とし、単位体積当りの浸透層における水の発生（消失）量を Q とすると、三次元定常浸透流の基本式は

$$\frac{\partial}{\partial x} (k_x \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k_y \frac{\partial H}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (k_z \frac{\partial H}{\partial z}) + Q = 0 \quad (2)$$

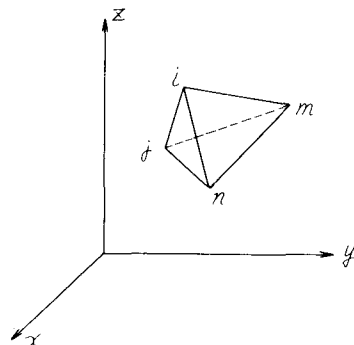


図-1 四面体要素

となる。ここで有限要素を図-1のように四面体要素とし、変分法を用いて(2)式の汎関数の最小化を行なうと、有限要素法によって各節点のピエゾ水頭 …………… $H_i, H_j, H_m, H_n, \dots$ を得る。各要素における浸透力はこれらのピエゾ水頭と各節点の座標 $i(x_i, y_i, z_i), j(x_j, y_j, z_j), m(x_m, y_m, z_m), n(x_n, y_n, z_n)$ を用いて、次式より求められる。

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = -r_w \begin{bmatrix} \partial H / \partial x \\ \partial H / \partial y \\ \partial H / \partial z \end{bmatrix} = -\frac{r_w}{6V} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_m & b_n \\ c_i & c_j & c_m & c_n \\ d_i & d_j & d_m & d_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_i \\ H_j \\ H_m \\ H_n \end{bmatrix} \tag{3}$$

ここでVは各有限要素の体積であり、かつ係数行列の要素は

$$b_i = -\det \begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_m & z_m \\ 1 & y_n & z_n \end{vmatrix}, \quad c_i = -\det \begin{vmatrix} x_j & 1 & z_j \\ x_m & 1 & z_m \\ x_n & 1 & z_n \end{vmatrix}, \quad d_i = -\det \begin{vmatrix} x_j & y_j & 1 \\ x_m & y_m & 1 \\ x_n & y_n & 1 \end{vmatrix} \tag{4}$$

(b_j, b_m, b_n は回転順列) (c_j, c_m, c_n は回転順列) (d_j, d_m, d_n は回転順列)

(3)式によって三次元浸透流場における浸透力の場所的分布を求めることができる。

(2) 浸透力と土の自重の等価節点力への変換 土中の流れの場合において、物体力には(1)で求める浸透力以外に土の自重があるため、鉛直 (z 軸) 方向の物体力は

$$f_z^* = -r' + f_z = -r' - r_w (\partial H / \partial z) \tag{5}$$

ここで、 r' : 土の水中単位体積重量、 f_z^* : 鉛直方向の物体力
となり、各要素内の鉛直方向の浸透力 f_z に土の自重を加減しなければならない。これらの物体力 f_x, f_y, f_z^* は集中荷重に改めた後応力解析を行なうため、(6)式により各要素ごとに等価節点力 F_x, F_y, F_z に変換し、この節点力をその要素を構成する4節点の集中荷重として等しく分配する。

$$F_x = f_x \cdot V / 4, \quad F_y = f_y \cdot V / 4, \quad F_z = f_z^* \cdot V / 4 \tag{6}$$

(3) 応力解析法 土を弾性体と仮定し、(6)式で集中荷重(節点力)に変換した浸透力と土の自重を外力とみて、有限要素法²⁾により地盤内応力を算定する。この場合の応力は土粒子骨格間に生じる有効応力であり、その x, y 軸方向の垂直応力を σ_x, σ_y , せん断応力を τ_{xy} とし、最大、最小主応力を $\sigma_{max}, \sigma_{min}$ とする。また垂直応力、主応力は圧縮側が負であり、この時使用するヤング率 E , ポアソン比 ν は有効応力に対する弾性定数である。

3. ボイリング過程の応力解析

今回別に報告しているボイリング実験では、ボイリング現象が矢板背面の全域でなくその一部で生じるため、厳密には三次元現象であると思われるが、二次元の平面歪状態として取扱えるものとみて本解析法に従いボイリング過程の応力解析を行なう。解析で対象とする実験モデルは、図-2に示すように $T=40\text{cm}$, $D_1=40\text{cm}$, $D_2=10\text{cm}$ である。

解析で採用する境界条件は、(イ) 図中のBC, ED, AG, FG 線上の節点の支持条件は x 軸方向に固定、 y 軸方向に自由。(ロ) G点の支持条件は x, y 軸方向とも自由。(ハ) CD 線上の節点の支持条件は x, y 軸方向とも固定。とする。

土質条件としては (イ) 均質等方な砂層として取扱うため、理論的にはヤング率 E は応力に關与しないが、本解析法の適用上仮に $E=1000 \text{ t/m}^2$ とする。(ロ) 実験試料は密な砂質土 (間ゲキ比 $e=0.61$) であるため、ポアソン比として $\nu=0.3$ を採用すれば妥当であろう。

(ハ) 土の水中単位体積重量を実験より $\gamma'=1.022 \text{ t/m}^3$ 、水のそれを $\gamma_w=1.0 \text{ t/m}^3$ とする。(ニ) 浸透層を均質等方と仮定しているため、透水係数 k は理論的には浸透力に關与しないが解析の都合上、 $k=0.001 \text{ m/sec}$ とする。

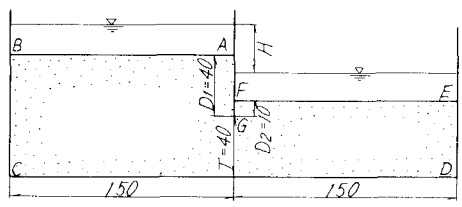


図-2 矢板のまわりの浸透層モデル (単位 cm)

以上の諸条件に基づき、矢板の上流側と下流側の水位差 $H=25, 32, 40, 45, 70 \text{ cm}$ の5段階について、ボーリング現象の発達過程の応力状態等を解析した結果は次の通りである。(イ) 鉛直方向の物体力 f_z^* が正である領域の発達過程 (図-3) (ロ) 引張応力の区分 (図-4) (ハ) 鉛直方向に引張応力 σ_y' が発生する領域の発達過程 (図-5) (ニ) 主応力 ($\sigma'_{\max}$ と $\sigma'_{\min}$) の方向 (図-6) (ホ) 主応力が片方 ($\sigma'_{\max}$) あるいは両方 ($\sigma'_{\max}$ と $\sigma'_{\min}$) とともに引張りになる領域の発達過程 (図-7)

4. 実験との比較検討

ボーリング現象が発達する過程において地盤の引張応力が増加するという立場から、今回別に報告している実験と前述の解析結果を比較して考察を加える。

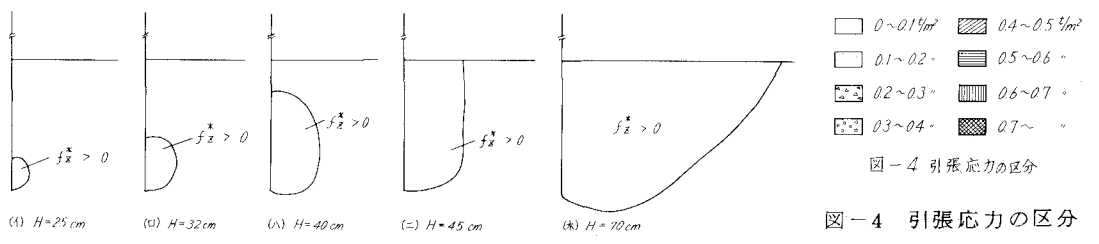


図-4 引張応力の区分

図-3 物体力 $f_z^* > 0$ の領域

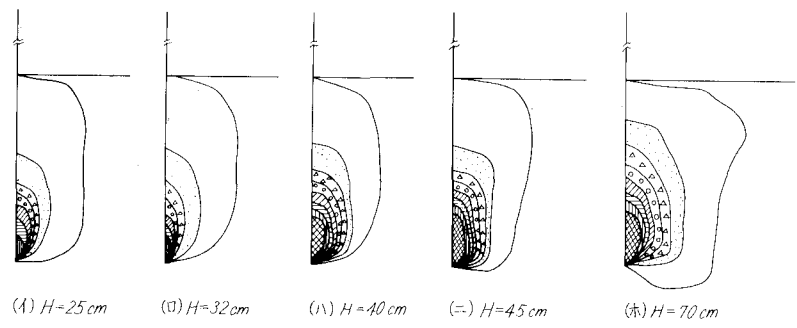


図-5 垂直引張応力 (σ_y') の分布

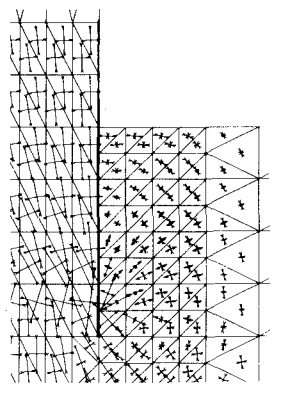


図-6 主応力の方向

(1) ボイリング過程Ⅰ ($H=2.5\text{ cm}$)

この段階の実験では矢板背面の土のもり上がりがなく、砂層は安定状態にある。

本解析の結果によると $f_z^* > 0$ の領域はすでに矢板先端で、また σ_y' の引張領域は矢板の背面全体で発生し、さらに主応力の引張領域は矢板の背後で相当広範囲に及んでいる。 σ_y' と主応力はいずれもその引張応力値は矢板先端付近で最大となり、地表に近づくにつれて小さくなっている。

(2) ボイリング過程Ⅱ ($H=3.2\text{ cm}$)

実験ではこの段階で下流側砂層中の砂粒子が次第に不安定な状態になり、ついには移動を始めてボイリング現象の徴候が見える。本解析ではボイリング過程Ⅰの状態から多少進行した程度であり、主応力は図-6によると矢板先端付近では $\sigma_{\max}'$ 、 $\sigma_{\min}'$ とも引張応力であるが、地表付近では水平方向に引張、鉛直方向に圧縮応力が生じている。

(3) ボイリング過程Ⅲ ($H=40, 50\text{ cm}$)

実験ではボイリング現象が進行し続け、下流側砂層表面がもり上がり上流側はくぼ

んでくるが、この段階では水頭差 H を変化させなければ砂層は安定を保つ。解析では $H=40\text{ cm}$ になると主応力の $0.1 \sim 0.2\text{ t/m}^2$ の領域が、 $H=40\text{ cm}$ と 45 cm の間で物体力 $f_z^* > 0$ の領域が地表面に達している。

(4) ボイリング過程Ⅳ ($H=70\text{ cm}$)

実験ではこの段階で上流側砂層表面が矢板先端に達している。解析では $f_z^* > 0$ の領域、 σ_y' の引張領域、主応力の引張領域はいずれも広範囲に発達している。

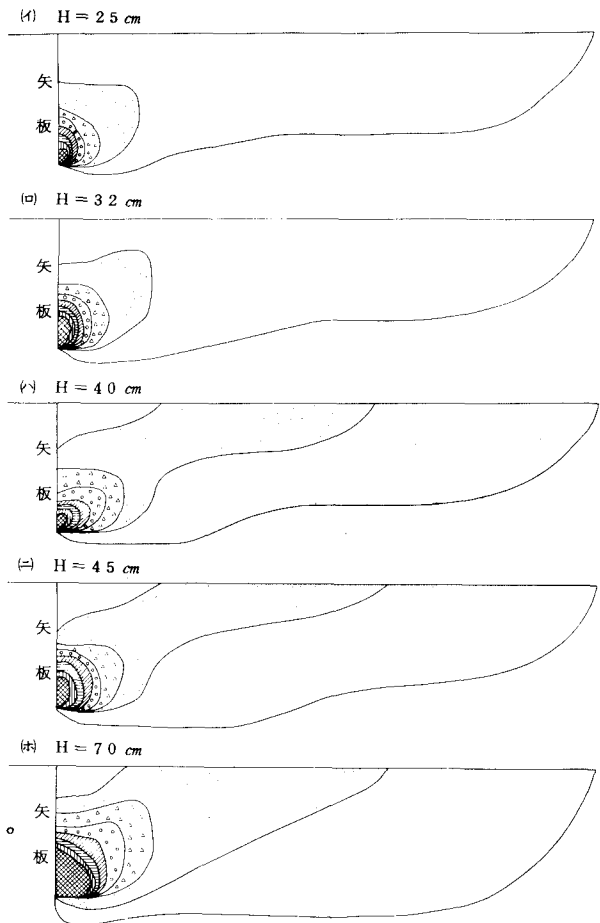


図-7 最大引張応力 ($\sigma'_{\max}$) の分布

5. 結 論

地盤や土構造物がかなり複雑な条件をもつ場合でも、本解析法によってボイリング現象の発達過程を追跡すれば、応力状態の定性的傾向はかなり明確に把握できる。今後本解析法をボイリング現象による崩壊の予測に適用するには、土の応力と歪の非線型特性を導入する必要があるだろう。

参考文献

- (1) 赤井, 大草: フローリンの土質力学, 森北出版, 1971, P184~193
- (2) Zienkiewicz, O.C.: The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill, 1971