

名古屋大学工学部 正員 ○斎藤敏明

名古屋大学工学部 正員 川本脩万

1. 緒言

有限要素法の手法のなかに、材料が引張り力に抵抗できないものとして解析を行なう No Tension 法¹⁾や弾塑性応力-ひずみマトリックスを用いて材料の非線型性を表現する初期応力法²⁾(Initial Stress Method)がある。この2法はいずれも、与えられた条件に合うように応力を再分配する、いわゆる Stress Transfer 法であり、剛性マトリックスを変化させずに計算を行なえる利点がある。

一方、岩盤などのせい性材料は、引張域と圧縮域では力学的諸性質が異なり、とくに破壊強度や破壊後の挙動ではその差が著しい。また、このような材料で構成される地下構造物には、引張領域や圧縮領域が存在するのが常であり、破壊の様相も、大別して、引張応力によるもの、圧縮応力によるもの、引張応力と圧縮応力の組合せによるいわゆる複合破壊など種々存在する。そこで、ここでは、岩盤などのせい性材料の種々な応力状態で起こる破壊とその後の挙動を仮定して、上述した Stress Transfer 法を用いて、破壊域の発達や応力状態の変化などを解析することを試みた。

2. 材料の破壊の条件とその後の挙動

材料の破壊の条件として次式で与えられるようなモールの破壊包絡線を考えた。(ただし、主軸をマインスとする。以下も同様)
$$\tau^2 = \tau_0^2 (1 - \sigma / S_t) \quad (1)$$

ここで、 τ_0 は純粋せん断強度、 S_t は一軸引張り強度である。いま、主応力を σ_1, σ_2 ($\sigma_1 > \sigma_2$) とすれば、モール円内の中心 σ_m と半径 r は次式のように示される。

$$\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2) / 2, \quad r = (\sigma_1 - \sigma_2) / 2 \quad (2)$$

そこで、この σ_m に対して式(1)で示される破壊包絡線に接するモール円の半径 r_0 は次の様に求められる。

$$\left. \begin{aligned} S_t > \sigma_m \geq \sigma_{m0} \quad &\text{のとき} & r_0 = S_t - \sigma_m \\ \sigma_m < \sigma_{m0} \quad &\text{のとき} & r_0 = \tau_0 \sqrt{1 - \frac{\sigma_m}{S_t} - \left(\frac{\tau_0}{2S_t}\right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし、 $\sigma_{m0} = S_t - \frac{\tau_0^2}{2S_t}$

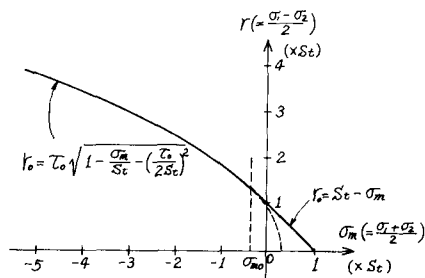
第1図は、この σ_m と r_0 の関係を図示したもので、 $\tau_0 = (\sqrt{3} - 1) S_t$ の場合の例である。また、破壊への接近の度合いを表す係数として、係数 R_a を次の様に定義する。

$$R_a = r / r_0 \quad (4)$$

それゆえ、 $R_a \geq 1$ であれば破壊の状態であり、 $R_a < 1$ であれば非破壊の状態である。

つぎに、有限要素法を用いて、破壊後の挙動を解析する場合、各要素ごとの破壊の挙動を次のように考える。

1) 一旦破壊した要素は、その後引張り力に抵抗できない。



第 1 図

- 2) ある荷重段階で破壊した要素は、破壊包絡線に接するような応力円で示される応力状態を保つ。
- 3) 破壊した要素の主応力の1つが引張りの場合、まず引張り応力を再分配し、それでもまだ破壊状態にあれば2)の過程によって応力を再分配する。
- 1)の手順については、NoTension法を応用して、再分配されるべき引張り主応力を $\{\sigma_i\}$ とすれば、次式によって計算される節点外力 $\{F_i\}$ について解けばよい。

$$\{F_i\} = \int [B]^T [M] \{\sigma_i\} dvol \quad (5)$$

ただし、 $[M]$ は解析を行なっている座標系で表わされた応力に変換するためのマトリックスである。

2)の手順は、たとえば第2図に示す円Ⅱのような、主応力が σ_1, σ_2 の応力状態で示される要素に対しては、 σ_m を一定として包絡線に接する円Ⅲのような応力状態になるように応力を再配分した。この場合の節点外力は、円Ⅲで示される応力状態の主応力を σ_1', σ_2' とすれば次の様に計算される。

$$\{F_2\} = \int [B]^T [M] \left\{ \begin{matrix} \sigma_1 - \sigma_1' \\ \sigma_2 - \sigma_2' \end{matrix} \right\} dvol \quad (6)$$

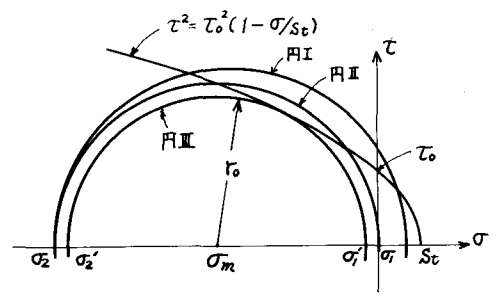
3)の手順は第2図に示す応力円Ⅲのような状態で破壊した要素については、円Ⅰ→Ⅱ→Ⅲの順で再配分を行なっていけばよい。その場合の再配分されるべき節点外力は次のようになる。

$$\{F_3\} = \{F_1\} + \{F_2\} \quad (7)$$

これらの手順と応力状態の関係をまとめて書けば、第1表のようになる。この表の中で、NOTENの欄に○印があるのは1)の仮定にもとづいて、その手順を実行することを示している。また、INISTの欄に○印があるのは、2)の仮定にもとづいてその手順を実行することを示し、NOTENの欄に○印、INISTの欄に△印のある応力状態では3)の仮定にもとづいてその手順が実行されることを示している。この表からわかるように、前段階までにすでに破壊した要素については、引張力が出てくれればすべてその応力を再分配するが、前段階まで非破壊の状態であったものについては、破壊したものについてのみ引張力は再配分されるとしている。

実際の実行にあたっては、これら再配分されるべき節点外力を全要素にわたって加え合せたものについて剛性マトリックスを変えずに解き、与えられた条件を満足するまで再配分をくり返す。

一方、ひずみに関しては、再配分によって発生した弾性ひずみを逐次加えていった。これによって応力-ひずみの関係は、一般にbi-linearなものとなる。すなわち、破壊後は応力状態によってひず



第 2 図

第 1 表

	σ_m	主応力状態	R_a	NOTEN	INIST
前段階まで非破壊	$\geq \sigma_{m0}$	$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0$	≥ 1	○	
			< 1		
		$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2$	≥ 1	○	
			< 1		
	$< \sigma_{m0}$	$0 > \sigma_1 \geq \sigma_2$	< 1		
前段階までに破壊	$\geq \sigma_{m0}$	$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0$	≥ 1	○	
			< 1	○	
		$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2$	≥ 1	○	
			< 1	○	
	$< \sigma_{m0}$	$0 > \sigma_1 > \sigma_2$	< 1		
前段階までに破壊	$\geq \sigma_{m0}$	$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0$	≥ 1	○	
			< 1	○	
		$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2$	≥ 1	○	
			< 1	○	
	$< \sigma_{m0}$	$0 > \sigma_1 > \sigma_2$	< 1		
前段階までに破壊	$\geq \sigma_{m0}$	$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0$	≥ 1	○	
			< 1	○	
		$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2$	≥ 1	○	
			< 1	○	
	$< \sigma_{m0}$	$0 > \sigma_1 > \sigma_2$	< 1		
前段階までに破壊	$\geq \sigma_{m0}$	$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0$	≥ 1	○	
			< 1	○	
		$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2$	≥ 1	○	
			< 1	○	
	$< \sigma_{m0}$	$0 > \sigma_1 > \sigma_2$	< 1		

み状態は一義的に定まらず、応力再配分の過程によって種々なひずみ状態が存在することになる。

また、荷重は目的とする荷重を一度に載荷し、いわゆる ITERATION でやる方法と、目的とする荷重を分割し増分形式で行ない、各応力増分で応力の再配分を収れんさせる方法がある。しかし、これらの方で行った最終結果は、応力再配分の過程から考えて一般に異なったものになると思われる。

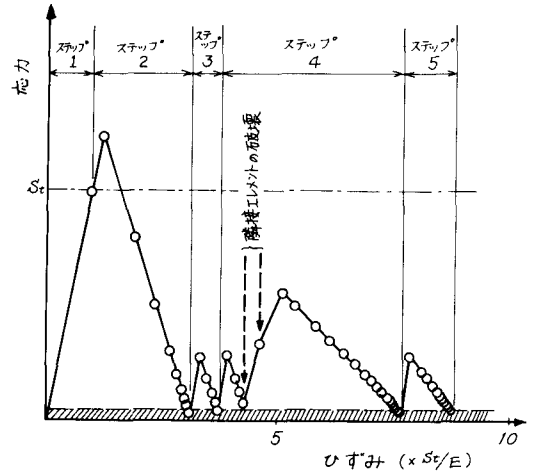
3. 計算例と検討

計算例として、一軸圧縮応力 p を受ける円孔まわりの解析を二次元平面ひずみ状態で行った。使用したモデルは、第5図にその一部が示されているような節点数72、要素数111の有限要素モデルで、ポアソン比は0.25とした。また、岩盤の破壊条件として $\sigma_c = (\sqrt{7}-1)S_c$ とした。これは一軸圧縮強度 S_c で表わせれば次式で示されるように $-6S_c$ となっている。

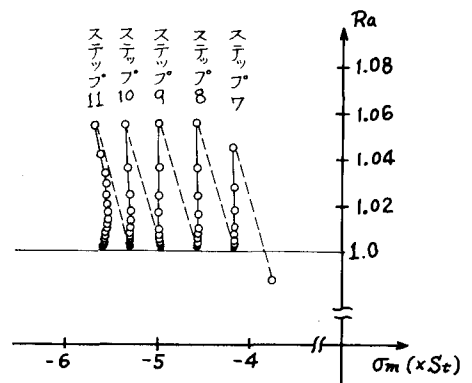
$$\sigma_c = \{1 - (t_0/S_c + 1)^2\} S_c \quad (8)$$

まず、収れん状況がどのようなになっているかの一例を示すと第3図、第4図のようである。第3図は最大引張が生じる、第5図(a)に示すAエレメントについて、最大引張主応力と主ひずみの間の関係を図示したもので、載荷はステップ1で $-S_c$ 、以降のステップは $-0.25S_c$ ずつ増加させた。この図からわかるように、ステップ1では、弾性解である、ほぼ S_c の引張応力が発生しているが破壊状態ではない。ステップ2に入ると同時にこのエレメントは破壊状態となり、1)の手順にしたがって引張力は再配分される。そして、この場合8回のくり返し計算によって、あらかじめ定められた破壊した要素の引張力の許容限界 $0.05S_c$ に収れんした。以下同様の過程を示しているが、ステップ4では再配分の結果、近傍のエレメントが破壊状態になったので、その影響をうけて、一旦収れん状態に近かったものが再び引張力が増加し、収れんは図に示すように遅くなり、21回の反復計算の後収れんした。

第4図は第5図(a)に示すBエレメントについての収れんの状態を示したもので、横軸に σ_m 、縦軸に R_a をとって示した。Bエレメントは最大圧縮応力を受けるエレメントであり、2)の手順にしたがって応力が再配分されたものである。このエレメントはステップ7において初めて破壊状態になった。このときの載荷は $-2.5S_c$ になる。前述したように、この場合は σ_m を一定として応力再配分を行なったわけであるが、反復計算の過程での σ_m や収れんした結果の σ_m は最初の σ_m とあまり変化がなかった。したがって、ステップ11では近傍のエレメントの破壊が影響



第 3 図

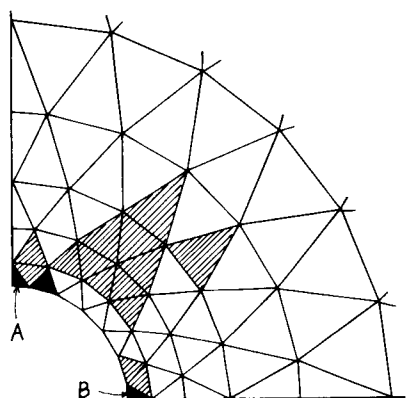


第 4 図

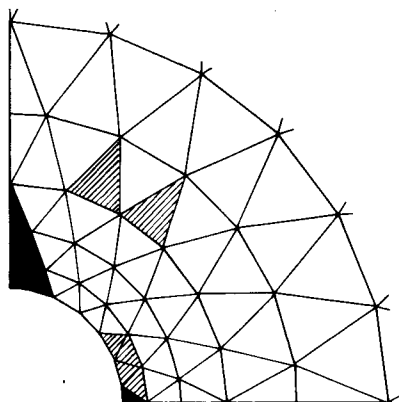
したために若干変化した。このように σ_m が変化しないのは再配分の手順が影響しているのかどうかについては、種々な手順について比較検討を行っているのが当日発表する予定である。

第5図は、これらの結果を図示したもので、黒く塗られていた要素は破壊状態にあることを示している。また、斜線を施した要素は式(4)で示した R_a が0.8以上のものである。(a)に示したものは外荷重 $p = -2.5 St$ の弾性解をそのまま示したものである。(b)の図は、(a)の結果を、いわゆるITERATIONによって、そのまま応力の再配分を行なった結果である。また、(c)は同じ荷重段階まで、先に述べにステップによって増分形式(INCREMENTAL)で行った結果である。これらと比べると、応力の再配分によって破壊域は広がるが、危険な領域、すなわち R_a の大きな領域は引張り域では減少し、圧縮域では少し増加している。これは、引張力が圧縮力に変換されるためである。また、(b)と(c)とをくらべると再配分の過程の違いによって、(c)の増分形式で行なったものではA要素の右側へは破壊が進行していないことがわかる。(d)に示したものは、(c)の結果からさらに載荷を続けステップ11 ($p = -3.5 St$)まで載荷した結果で、収れん状況は悪くなり、ほぼ構造物の破壊と見なすことができる。

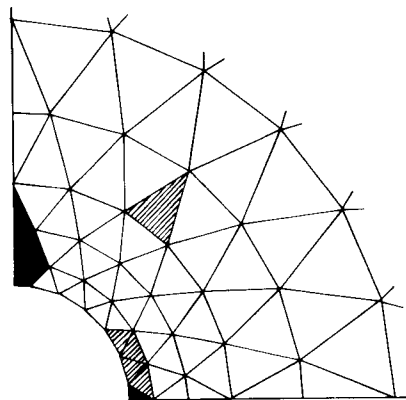
なお、連立一次方程式の解法は掃出しの逆マトリックスを用い、計算機は名古屋大学大型計算センターのFACOM 230-60を用いた。



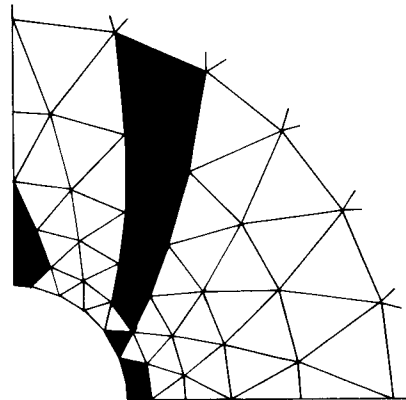
(a) 弾性解 ($p = -2.5 St$)



(b) ITERATION ($p = -2.5 St$)



(c) INCREMENTAL ($p = -2.5 St$)
(STEP 7)



(d) INCREMENTAL ($p = -3.5 St$)
(STEP 11)

第 5 図

参考文献 1) Zienkiewicz 他; Geotechnique, 18 (1968), 2) Zienkiewicz 他; Int. J. for Numerical Method in Eng., 1 (1969)