

値となる。関数的には $y = G^{-1}(x)$ ($0 < x < 1$) から求められる。確率密度関数 $g(y)$ 、または累積密度関数の逆関数 $G^{-1}(x)$ が関数的に表現できないときには、実験結果から定められる図-1より上記の方法で y が求められるが、ここでは、母集団(弾性係数、ポアソン比、強度特性など)が正規分布していると仮定している。その場合、 $y = G^{-1}(x)$ なる関係からランダムな値を算出するかわりに、計算機内で正規乱数を生じさせることにより、各要素にランダムに弾性係数などの値を与えている。

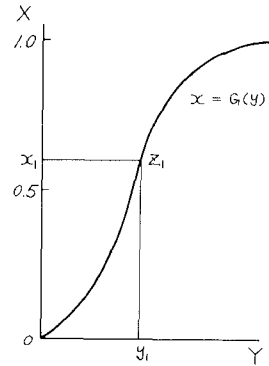


図-1

3. 周囲から一様な荷重をうける円孔を有する平板

半径 20 cm の円孔をとつ $240\text{ cm} \times 240\text{ cm}$ の正方形の平板モデル

を考え、これを212個の節点によって368個の要素に分割した。

これらの要素は同心円と放射線を用いて分割されていて、相隣る同心円間の領域ではそれぞれ24個の同じ大きさの要素である。要素の弾性係数として平均値 $2.00 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ 、標準偏差 $0.20 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ なる正規母集団より任意抽出した値を用い、ポアソン比に対しては、それぞれ、0.200、0.020を用いて、平板周辺から $p = 100 \text{ kg/cm}^2$ の等分布荷重が作用したときの応力解析を行なった。この場合、円孔から遠ざかるにつれて要素は大きくなるので、バラツキの程度に及ぼす要素の大きさを考慮するために、弾性定数を定めるのに次の3つの場合を用いて比較している。i) 要素の大きさにかかわらず、 $N(\mu, \sigma^2)$ より弾性定数を1個ずつ抽出して要素の値とする。ii) 最小要素面積を A とし、各要素の面積 A_i に対して $A_i/A = n_i$ (整数) を求め、その要素に対して n_i 個の乱数を抽出してその平均値をその要素の弾性定数とする。iii) (ii) の乱数の平均値は $N(\mu, \sigma^2/n_i)$ に従うことから、(ii) で示す要素に対して $N(\mu, \sigma^2/n_i)$ から抽出して弾性定数を定める。(i) の場合に対しては10回のシミュレーションを行なったが、 $r/a = 1.357$ (r : 円孔中心から要素の重心までの距離、 a : 円孔半径) の位置における応力値は、最大主応力の平均値 168.48 kg/cm^2 ($136.25 \sim 197.01 \text{ kg/cm}^2$ の範囲にバラツク)、最小主応力の平均値 54.52 kg/cm^2 ($41.96 \sim 71.48 \text{ kg/cm}^2$)、最大せん断応力 56.98 kg/cm^2 ($44.11 \sim 74.57 \text{ kg/cm}^2$) であるのに対して、等方等質と考えたときの解はそれぞれ 168.48 、 54.95 、 56.76 kg/cm^2 であり、バラツキを考慮した場合の平均値とよく一致している。この場合の各応力値の平均値、最大および最小値のそれぞれの分散についての1例を示すと表-1のようである。また、一つのシミュレーションによって得られた応力値の平均値($\bar{\mu}$)、標準偏差($\bar{\sigma}$)および母平均(μ)の95%信頼区間の例を示すと表-2のようであり、一回のシミュレーションの結果では要素の面積を考慮することによってその値はある程度変化するようにである。

表-1

	最大主応力			最小主応力			最大せん断応力		
MPa	max	mean	min	max	mean	min	max	mean	min
95% I.	190.24	168.48	146.09	64.14	54.52	45.44	66.94	56.98	48.67
S.D.	6.22	3.53	5.50	3.34	1.25	2.07	3.53	1.37	2.78
	185.95	165.82	142.65	61.62	53.58	43.88	64.28	55.95	46.57
	194.93	171.14	150.95	66.66	55.46	47.00	69.60	58.01	50.77

4. 一軸圧縮をうける直交異方性の長方形板

図-2に示すように長方形試験体(平面応力状態)

が一軸圧縮荷重(荷重強度 $p = 1$)をうける場合を考える。試験体の主弾性係数比が $E_1/E_2 = 4$ および 8 ($E_2 = 10,000 \text{ kg/cm}^2$) で、 E_1 の方向が平均値 $\mu_\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ に対して、それぞれ、標準偏差 $\sigma = 10^\circ$ および 20° をとつような材料特性について解析した。なお、この場合、比較が容易なよう

にポアソン比はすべて零と仮定した。弾性理論解としては、すべての要素に対して鉛直応力 $\sigma_y = 1.0$ を与えるから、解析結果より鉛直応力のヒストグラムを作つて比較することにより、応力状態に及ぼす θ のバラツキの影響が明らかになる。図-3に示す鉛直応力 σ_y のヒストグラムより、直交異方性体の応力状態として、主応力が弾性主軸と 45° 程度傾くところで、弾性主軸方向のバラツキの影響をずっと大きくうけることが推定される。図-3で σ_y は θ の標準偏差が零の場合の鉛直応力値である。また、加圧面における節点の鉛直変位の状態を示すと、図-4のようである。この図からわかるように、 $\theta = 0^\circ$ の場合には、それからの弾性主軸の偏位は鉛直方向の剛性の増加を意味するから変位は小さめに出るが、 $\theta = 90^\circ$ の場合には、その逆の傾向を示す。

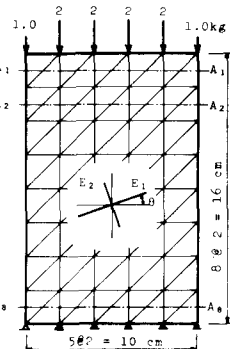


図-2

5. 直交異方性半無限地盤

4の場合と同様に、主弾性係数比が一定 ($E_1/E_2 = 5.0$, $E_2 = 10,000 \text{ t/m}^2$) であるが、その方向 θ が $\mu_0 = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ に対して、それぞれ、標準偏差 $\sigma = 10^\circ$ および 20° のバラツキを示すような材料からなる半無限地盤(平面ひずみ状態)を考えた。解析領域を水平幅 20m 、深さ 20m にとり、それらを等面積の800個の三角形要素に分割し、ポアソン比を $\nu_{12} = \nu_{13} = 0.3$, $\nu_{21} = 0.06$ と仮定して、鉛直方向線荷重 $P = 1\text{kg}$ を与えて計算した。解析結果の1例として、 θ の平均値 $\mu_0 = 45^\circ$ で、その標準偏差 $\sigma = 10^\circ$ の場合の地表面の変形状態を示すと図-5のようであり、材料特性のバラツキによる解析結果の変化の傾向がうかがわれる。なお、荷重作用点の近傍では、バラツキのない場合に比較して約50%の応力増加をおこすところが認められた。

6. アースダムのすべり安全率に及ぼす材料強度特性のバラツキの影響

アースダムのすべり安全率として仮想された円弧すべり面に沿う全体破壊に対するものを考え、材料の強度特性(c および ϕ)のバラツキによる安全率の変化について調べた。この場合、この仮想すべり面に沿って、それぞれ、次のように定義されるような応力レベルに基づく安全率 F_s とせん断応力に関する安全率 F_c が考えられる。

$$F_s = \frac{\sum F_{SL} \Delta L}{\sum \Delta L} \quad F_c = \frac{\sum (c + \sigma \cdot \tan \phi) \Delta L}{\sum \tau \cdot \Delta L}$$

ここに、 σ , τ は仮想すべり面に沿う垂直応力とせん断応力であり、 ΔL はその面が各三角形要素を横切る線素の長さであり、 F_{SL} は ΔL が属する要素の主応力より求められる次のように定義される局所破壊安全率である。

$$F_{SL} = \frac{\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)_m} = \frac{2(c \cdot \cos \phi + \sigma_3 \cdot \sin \phi)}{(1 - \sin \phi) \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)_m}$$

上式で、 $\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ は破壊時の最大せん断応力、 $\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)_m$ は実際に生じている最大せん断応力である。アースダムの材料特性のバラツキを考える場合、単位体積重量、弾性定数(E, ν)、強度特性(c, ϕ)などの間の相関性の有無を検討する必要があるだろうが、ここでは土の単位体積重量とポアソン比は場所的に変化せず、他のものが次のようにバラツクものとして解析した。

1) E, ϕ は一定で、 c のみがある分布に従つてアースダムにかわる。

ii) E は一定で, C および ϕ が互いに独立にある分布に従ってかわる.

iii) E は一定で, C がある分布に従ってかわり, ϕ は C が決まれば一義的に与えられる.

iv) E がある分布に従ってかわり, E が決まることによって, C, ϕ が一義的に与えられる.

これらの場合の解析結果の詳細は後日説明するが, i), ii) の場合では C, ϕ のある程度のバラツキは全体すべり安全率に大きく影響はしないようである.

参考文献

- 1) Y. L. Su, Y. J. Wang & R. Stefanko : Finite Element Analysis of Underground Stresses Utilizing Stochastically Simulated Material Properties, Rock Mech. Conference, Berkely, California, 1969, pp. 253 - 266.

表-2

	(i)		(ii)		(iii)	
r/a	1.075	1.357	1.075	1.357	1.075	1.357
$\bar{\sigma}$	204.89	170.01	209.48	163.53	205.47	169.42
$\bar{\sigma}$	9.61	7.97	9.95	8.44	11.64	11.68
$\sigma_{\max}$	95% C.I. for μ	200.76	166.58	205.19	159.89	200.46
		173.34	213.76	167.16	210.49	174.45
	const.	203.56	168.48	203.56	168.48	203.56
$\sigma_{\min}$	$\bar{\sigma}$	19.60	54.82	20.82	53.96	20.42
	$\bar{\sigma}$	5.72	4.84	6.55	3.57	3.72
	95% C.I. for μ	17.14	52.74	18.00	52.42	18.82
$\tau_{\max}$		22.06	56.90	23.64	55.49	22.02
	const.	20.10	54.95	20.10	54.95	20.10
$\tau_{\max}$	$\bar{\sigma}$	92.65	57.60	94.33	54.79	92.53
	$\bar{\sigma}$	6.06	3.67	6.43	3.46	5.88
	95% C.I. for μ	90.04	56.02	91.56	53.30	90.00
$\tau_{\max}$		95.26	59.17	97.09	56.28	95.06
	const.	91.73	56.76	91.73	56.76	91.73

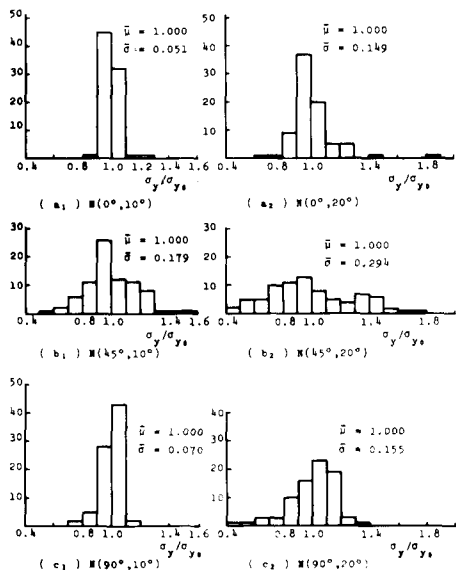


図-3

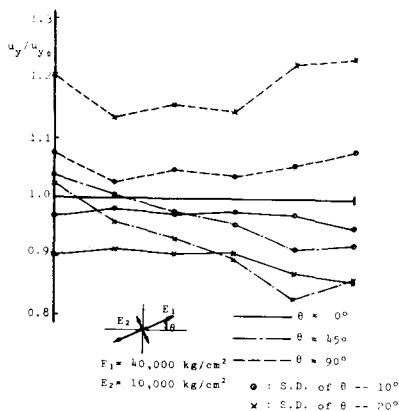


図-4

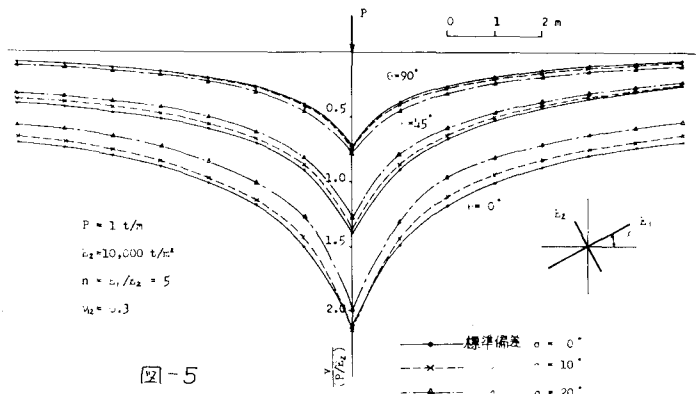


図-5